



Universidad
Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Mecánica

INGENIERÍA INDUSTRIAL

PROYECTO FIN DE CARRERA

ESTUDIO DEL DESLIZAMIENTO DEL ROBOT BÍPEDO PASIBOT MEDIANTE EL PROGRAMA MSC ADAMS

Autor: Guillermo Pérez González

Tutor: Jesús Meneses Alonso

Leganés, Octubre de 2013

Título: Estudio del deslizamiento del robot PASIBOT mediante el software MSC ADAMS

Autor: Guillermo Pérez González

Director: Jesús Meneses Alonso

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día 20 de febrero de 2014 en Leganés, en la escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la calificación de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

Resumen

El objetivo de este Proyecto Fin de Carrera es investigar mediante el programa MSC ADAMS el deslizamiento del pie de apoyo del robot PASIBOT desarrollado en la Universidad Carlos II de Madrid. Los resultados presentados en este trabajo servirán al equipo MAQLAB, del área de Ingeniería Mecánica de la universidad, para compararlos con los datos que obtienen de las simulaciones del programa que han implementado en MATLAB.



Figura 0-1. Fotos del PASIBOT.

El programa de MATLAB utiliza las masas de los eslabones, la velocidad de giro del motor y el coeficiente de rozamiento para calcular el deslizamiento del pie de apoyo del robot mediante las ecuaciones de la dinámica. Sin embargo no tiene en cuenta otros fenómenos que sí asume el software MSC ADAMS, como la penetración del pie en el suelo o las percusiones entre pie y suelo. Además la situación de doble apoyo no ha sido implementada en el citado programa, y es de vital importancia porque el deslizamiento del pie de móvil o trasero condiciona el deslizamiento del pie de apoyo o delantero en esta fase. Por tanto, las diferencias entre los resultados obtenidos en MSC ADAMS y en MATLAB permitirán ponderar la importancia de considerar estos efectos o no.

Para ello, se realizarán una serie de simulaciones con el modelo del PASIBOT en MSC ADAMS con el objeto de observar cómo se produce el

deslizamiento del pie de apoyo tanto en magnitud como en el número de etapas que se produce. Sobre este tema, el equipo de MAQLAB tiene previsto publicar el artículo [2], que completa al [1] ya publicado (ambos se pueden consultar en el anexo de este trabajo), en el que se describen las etapas en que se produce el deslizamiento cuando los dos pies están apoyados.

De este modo, se estudiará lo que ocurre cuando los dos pies están en el suelo, pues el artículo predice tres comportamientos:

- a) El pie trasero no desliza pero el delantero sí
- b) Ambos pies deslizan
- c) El pie trasero desliza pero el delantero no

De hecho, se predice que las tres situaciones se producirán cada vez que los dos pies están apoyados, y en ese mismo orden. Durante cuánto tiempo se da cada una de estas etapas depende de la fuerza normal del contacto entre el suelo y cada pie. Esto se debe a que hay una transferencia de carga del pie trasero al delantero. También depende del coeficiente de fricción: si el coeficiente es alto, prevalecerán las etapas a) y c) frente a la b), y viceversa si es pequeño.

Asimismo el artículo predice que, cuando sólo el pie de apoyo está en contacto con el suelo, éste no desliza si el coeficiente de fricción es suficientemente alto, y lo hace en ciertas posiciones para menores coeficientes (ver artículo [2] del anexo).

Estos son los comportamientos previstos que se intentará comprobar con el software MSC ADAMS.

Objetivos del trabajo:

Los objetivos que han motivado la realización de este Proyecto Fin de Carrera son los siguientes:

- Desarrollar un modelo en ADAMS que reproduzca fielmente el contacto entre el pie y el suelo, y el deslizamiento entre ambos.
- Hacer un estudio crítico de los resultados obtenidos en ADAMS. Para ello hay que informarse del algoritmo que usa ADAMS para calcular el rozamiento y el deslizamiento de forma que podamos ver los puntos fuertes y las deficiencias de ese método. De este modo podremos ver en qué fases del deslizamiento los resultados obtenidos son más fiables o menos que los obtenidos en MATLAB, y si reproducen fielmente lo que ocurre en realidad y por tanto los resultados pueden predecir el comportamiento real del PASIBOT.
- Hacer una descripción del deslizamiento, tanto en magnitud como en forma y en número de fases en que se produce, del pie de apoyo en todo el periodo y de ambos pies en fase de apoyo doble. De este modo podremos comparar los resultados con lo que predecían los artículos [1] y [2] del anexo, y con otros Proyectos Fin de Carrera sobre este tema publicados por otros alumnos.
- Hacer un estudio de cómo varía el deslizamiento al mantener el coeficiente de rozamiento estático fijo y variar el dinámico para ver cómo entra en juego cada uno. De este modo podremos ver si el modelo construido en ADAMS da resultados realistas en esta fase crítica del deslizamiento en que se pasa de rozamiento estático a dinámico.

Estructura de la memoria:

El proyecto consta de 4 partes diferenciadas: Introducción teórica, El PASIBOT y el artículo, Resultados y Conclusiones.

En la 'Introducción teórica' se proporcionará toda la base teórica que es necesaria para comprender el proyecto, lo que se busca investigar y las conclusiones que se alcanzan.

En 'El PASIBOT y el artículo' se describe el funcionamiento del PASIBOT y sus partes, y se explica el artículo y los datos que aporta y que se estudiarán en este trabajo.

En 'Resultados' se exponen los datos y gráficas obtenidos con las simulaciones y cómo se han conseguido.

Por último, en 'Conclusiones' se hace un análisis de los resultados obtenidos para intentar explicar por qué se producen y hacer una comparación con los datos y gráficas del artículo.

Índice general:

Resumen.....	3
Objetivos del trabajo:	5
Estructura de la memoria:.....	6
Índice general:.....	7
Capítulo 1: Introducción teórica:	8
1.1: Robótica:.....	8
1.1.1: Introducción e historia de la robótica:	8
1.1.2: Clasificación de los robots:.....	12
1.2: Introducción a MSC ADAMS:.....	20
1.3: La fricción:	25
Capítulo 2: El PASIBOT y el artículo	30
2.1: El PASIBOT:	30
2.1.1: Mecanismo de Chebyshev:	35
2.1.2: Pantógrafo:	36
2.1.3: Acción conjunta de ambos mecanismos:	38
2.1.4: Mecanismo estabilizador:	40
2.2: El artículo:.....	41
Capítulo 3: Resultados	42
3.1: Parámetros de ajuste del contacto:.....	44
3.1.1: Modelos de cálculo de la fuerza normal:.....	46
3.1.2: Parámetros de la fuerza de fricción:.....	49
3.2: Obtención de los resultados:	54
Conclusiones:.....	73
Futuros trabajos:.....	75
Bibliografía:.....	76
Anexo:.....	78

Capítulo 1: Introducción teórica:

1.1: Robótica:

1.1.1: Introducción e historia de la robótica:

Un robot es una entidad virtual o mecánica artificial. En la práctica, esto es por lo general un sistema electromecánico que, por su apariencia o sus movimientos, ofrece la sensación de tener un propósito propio. La independencia creada en sus movimientos hace que sus acciones sean la razón de un estudio razonable y profundo en el área de la ciencia y tecnología. La palabra robot puede referirse tanto a mecanismos físicos como a sistemas virtuales de software, aunque suele aludirse a los segundos con el término de bots.

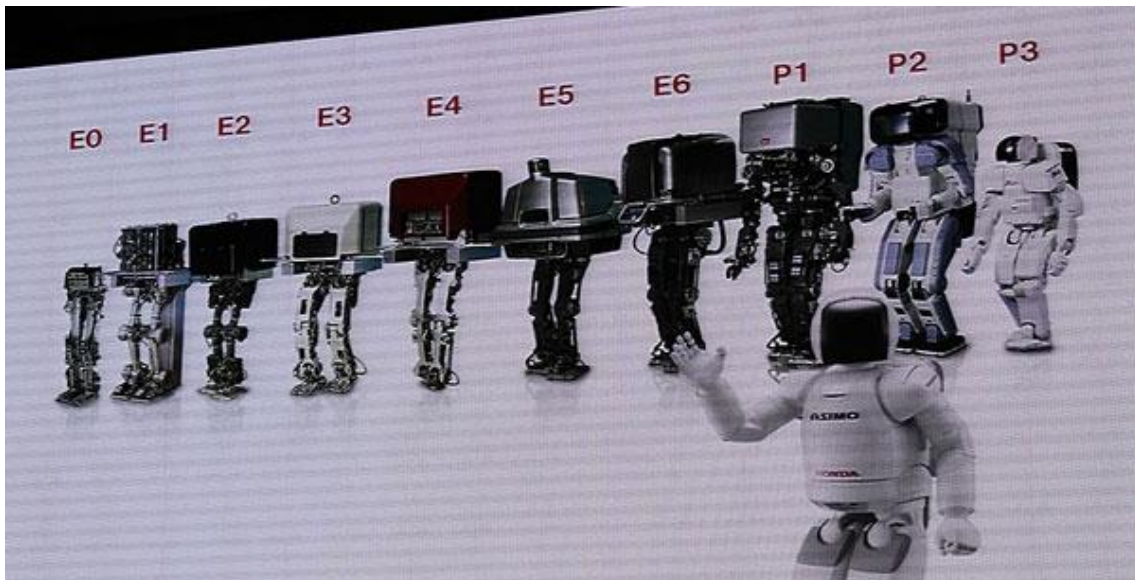


Figura 1.1.1-1. Evolución de los prototipos del robot ASIMO

No hay un consenso sobre qué máquinas pueden ser consideradas robots, pero sí existe un acuerdo general entre los expertos y el público sobre que los robots tienden a hacer parte o todo lo que sigue: moverse, hacer funcionar un brazo mecánico, sentir y manipular su entorno y mostrar un comportamiento inteligente, especialmente si ese comportamiento imita al de los humanos o a otros animales. Actualmente podría considerarse que un robot es una computadora con la capacidad y el propósito de movimiento que en general es capaz de desarrollar múltiples tareas de manera flexible según su programación; así que podría diferenciarse de algún electrodoméstico específico.

Aunque las historias sobre ayudantes y acompañantes artificiales, así como los intentos de crearlos, tienen una larga historia, las máquinas totalmente autónomas no aparecieron hasta el siglo XX. El primer robot programable y dirigido de forma digital, el Unimate, fue instalado en 1961 para levantar piezas calientes de metal de una máquina de tinte y colocarlas. Hasta entonces, el ser humano había construido máquinas que imitaban las partes del cuerpo humano. Los antiguos egipcios unieron brazos mecánicos a las estatuas de sus dioses. Estos brazos fueron operados por sacerdotes, quienes clamaban que el movimiento de estos era inspiración de sus dioses. Los griegos construyeron estatuas que operaban con sistemas hidráulicos, los cuales se utilizaban para fascinar a los adoradores de los templos. Durante los siglos XVII y XVIII en Europa fueron contruidos muñecos mecánicos muy ingeniosos que tenían algunas características de robots. Jacques de Vaucansos construyó varios músicos de tamaño humano a mediados del siglo XVIII. Esencialmente se trataba de robots mecánicos diseñados para un propósito específico: la diversión.

En 1805, Henri Maillardert construyó una muñeca mecánica que era capaz de hacer dibujos. Una serie de levas se utilizaban como ‘el programa’ para el dispositivo en el proceso de escribir y dibujar. Estas creaciones mecánicas de forma humana deben considerarse como inversiones aisladas que reflejan el genio de hombres que se anticiparon a su época. Hubo otras invenciones mecánicas durante la revolución industrial, creadas por mentes de igual genio, muchas de las cuales estaban dirigidas al sector de la producción textil. Entre ellas se puede citar la hiladora giratoria de Hargreaves (1770), la hiladora mecánica de Crompton (1779), el telar mecánico de Cartwright (1785), el telar de Jacquard (1801), y otros.

El desarrollo en la tecnología, donde se incluyen las poderosas computadoras electrónicas, los actuadores de control retroalimentados, transmisión de potencia a través de engranes, y la tecnología en sensores han contribuido a flexibilizar los mecanismos autómatas para desempeñar tareas dentro de la industria. Son varios los factores que intervienen para que se desarrollaran los primeros robots en la década de los 50's. La investigación en inteligencia artificial desarrolló maneras de emular el procesamiento de información humana con computadoras electrónicas e inventó una variedad de mecanismos para probar sus teorías.

No obstante las limitaciones de las máquinas robóticas actuales, el concepto popular de un robot es que tiene una apariencia humana y que actúa como tal. Este concepto humanoide ha sido inspirado y estimulado por varias narraciones de ciencia ficción.

Entre los escritores de ciencia ficción, Isaac Asimov contribuyó con varias narraciones relativas a robots, comenzó en 1939, a él se atribuye la acuñación del

término Robótica. La imagen de robot que aparece en su obra es el de una máquina bien diseñada y con una seguridad garantizada que actúa de acuerdo con tres principios. Estos principios fueron denominados por Asimov las Tres Leyes de la Robótica, y son:

1. Un robot no puede actuar contra un ser humano o, mediante la inacción, que un ser humano sufra daños.

2. Un robot debe de obedecer las órdenes dadas por los seres humanos, salvo que estén en conflictos con la primera ley.

3. Un robot debe proteger su propia existencia, a no ser que esté en conflicto con las dos primeras leyes.

Por otra parte, desde la generalización del uso de la tecnología en procesos de producción con la Revolución industrial se intentó la construcción de dispositivos automáticos que ayudasen o sustituyesen al hombre. Entre ellos destacaron los Jaquemarts, muñecos de dos o más posiciones que golpean campanas accionados por mecanismos de relojería china y japonesa.



FIGURA 1.1.1-2. Jaquemart en la iglesia de San Pedro en Lovaina (Bélgica)

Robots equipados con una sola rueda fueron utilizados para llevar a cabo investigaciones sobre conducta, navegación y planeo de ruta. Cuando estuvieron listos para intentar nuevamente con los robots caminantes, comenzaron con pequeños hexápodos y otros tipos de robots de múltiples patas. Estos robots imitaban insectos y artrópodos en funciones y forma. Como se ha hecho notar

anteriormente, la tendencia se dirige hacia ese tipo de cuerpos que ofrecen gran flexibilidad y han probado adaptabilidad a cualquier ambiente.

Con más de 4 piernas, estos robots son estáticamente estables lo que hace que el trabajar con ellos sea más sencillo. Sólo recientemente se han hecho progresos hacia los robots con locomoción bípeda.

En el sentido común de un autómatas, el mayor robot en el mundo tendría que ser el Maeslantkering, una barrera para tormentas del Plan Delta en los Países Bajos construida en los años 1990, la cual se cierra automáticamente cuando es necesario. Sin embargo, esta estructura no satisface los requerimientos de movilidad o generalidad.

En 2002 Honda y Sony, comenzaron a vender comercialmente robots humanoides como «mascotas». Los robots con forma de perro o de serpiente se encuentran, sin embargo, en una fase de producción muy amplia, el ejemplo más notorio ha sido Aibo de Sony.



FIGURA 1.1.1-3. Aibo de Sony. En una exposición de Caixa Galicia en Ponferrada

En la actualidad, los robots comerciales e industriales son ampliamente utilizados, y realizan tareas de forma más exacta o más barata que los humanos. También se les utiliza en trabajos demasiado sucios, peligrosos o tediosos para los humanos. Los robots son muy utilizados en plantas de manufactura, montaje y embalaje, en transporte, en exploraciones en la Tierra y en el espacio, cirugía, armamento, investigación en laboratorios y en la producción en masa de bienes industriales o de consumo.

Otras aplicaciones incluyen la limpieza de residuos tóxicos, minería, búsqueda y rescate de personas y localización de minas terrestres.

Los robots parecen estar abaratándose y reduciendo su tamaño, una tendencia relacionada con la miniaturización de los componentes electrónicos que se utilizan para controlarlos. Además, muchos robots son diseñados en

simuladores mucho antes de construirse y de que interactúen con ambientes físicos reales. Un buen ejemplo de esto es el equipo Spiritual Machine, un equipo de 5 robots desarrollado totalmente en un ambiente virtual para jugar al fútbol en la liga mundial de la F.I.R.A.

Además de los campos mencionados, hay modelos trabajando en el sector educativo, servicios (por ejemplo, en lugar de recepcionistas humanos o vigilancia) y tareas de búsqueda y rescate.

1.1.2: Clasificación de los robots:

Existen diversos tipos de robots conforme a multitud de características, pero en este trabajo nos vamos a centrar en dos tipos de clasificaciones que creo que son las más importantes, y las que ayudan más a clasificar al robot PASIBOT.

-Según su cronología:

La que a continuación se presenta es la clasificación más común:

1ª Generación: Manipuladores. Son sistemas mecánicos multifuncionales con un sencillo sistema de control, bien manual, de secuencia fija o de secuencia variable.



FIGURA 1.1.2-1. Robot de 1ª Generación

2ª Generación: Robots de aprendizaje. Repiten una secuencia de movimientos que ha sido ejecutada previamente por un operador humano. El modo de hacerlo es a través de un dispositivo mecánico. El operador realiza los movimientos requeridos mientras el robot le sigue y los memoriza.



FIGURA 1.1.2-2. Robot de 2ª Generación.

3ª Generación: Robots con control sensorizado. El controlador es una computadora que ejecuta las órdenes de un programa y las envía al manipulador para que realice los movimientos necesarios.



FIGURA 1.1.2-3. Robot de 3ª Generación.

4ª Generación: Robots inteligentes. Son similares a los anteriores, pero además poseen sensores que envían información a la computadora de control sobre el estado del proceso. Esto permite una toma inteligente de decisiones y el control del proceso en tiempo real.



FIGURA 1.1.2-4. Robot de 4ª Generación.

5ª Generación: Actualmente está en desarrollo esta nueva generación de robots, que pretende que el control emerja de la adecuada organización y distribución de módulos conductuales, esta nueva arquitectura es denominada arquitectura de subsunción, cuyo promotor es Rodney Brooks.

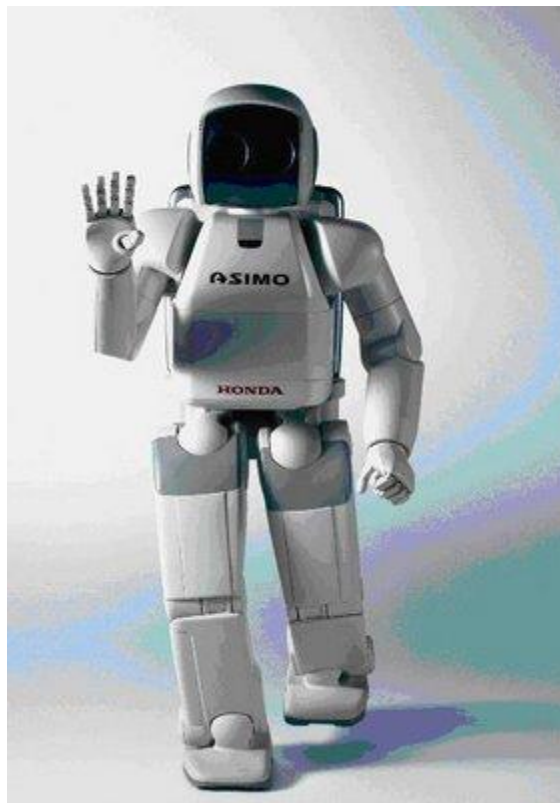


FIGURA 1.1.2-5. Robot de 5ª Generación.

-Según su estructura:

La estructura, es definida por el tipo de configuración general del Robot, puede ser metamórfica. El concepto de metamorfismo, de reciente aparición, se ha introducido para incrementar la flexibilidad funcional de un Robot a través del cambio de su configuración por el propio Robot. El metamorfismo admite diversos niveles, desde los más elementales (cambio de herramienta o de efecto terminal), hasta los más complejos como el cambio o alteración de algunos de sus elementos o subsistemas estructurales. Los dispositivos y mecanismos que pueden agruparse bajo la denominación genérica del Robot, tal como se ha indicado, son muy diversos y es por tanto difícil establecer una clasificación coherente de los mismos que resista un análisis crítico y riguroso. La subdivisión de los Robots, con base en su arquitectura, se hace en los siguientes grupos: poliarticulados, móviles, androides, zoomórficos e híbridos.

1. Poliarticulados: En este grupo se encuentran los Robots de muy diversa forma y configuración, cuya característica común es la de ser básicamente sedentarios (aunque excepcionalmente pueden ser guiados para efectuar desplazamientos limitados) y estar estructurados para mover sus elementos terminales en un determinado espacio de trabajo según uno o más sistemas de coordenadas, y con un número limitado de grados de libertad. En este grupo, se encuentran los manipuladores, los Robots industriales, los Robots cartesianos y se emplean cuando es preciso abarcar una zona de trabajo relativamente amplia o alargada, actuar sobre objetos con un plano de simetría vertical o reducir el espacio ocupado en el suelo.



FIGURA 1.1.2-6. Robot poliarticulado

2. Móviles: Son Robots con gran capacidad de desplazamiento, basados en carros o plataformas y dotados de un sistema locomotor de tipo rodante. Siguen su camino por telemando o guiándose por la información recibida de su entorno a través de sus sensores. Estos Robots aseguran el transporte de piezas de un punto a otro de una cadena de fabricación. Guiados mediante pistas materializadas a

través de la radiación electromagnética de circuitos empotrados en el suelo, o a través de bandas detectadas fotoeléctricamente, pueden incluso llegar a sortear obstáculos y están dotados de un nivel relativamente elevado de inteligencia.



FIGURA 1.1.2-7. Robot móvil.

3. Androides: Son Robots que intentan reproducir total o parcialmente la forma y el comportamiento cinemática del ser humano. Actualmente, los androides son todavía dispositivos muy poco evolucionados y sin utilidad práctica, y destinados, fundamentalmente, al estudio y experimentación. Uno de los aspectos más complejos de estos Robots, y sobre el que se centra la mayoría de los trabajos, es el de la locomoción bípeda. En este caso, el principal problema es controlar dinámica y coordinadamente en el tiempo real el proceso y mantener simultáneamente el equilibrio del Robot.



FIGURA 1.1.2-8. Androide.

4. Zoomórficos: Los Robots zoomórficos, que considerados en sentido no restrictivo podrían incluir también a los androides, constituyen una clase caracterizada principalmente por sus sistemas de locomoción que imitan a los diversos seres vivos. A pesar de la disparidad morfológica de sus posibles sistemas de locomoción es conveniente agrupar a los Robots zoomórficos en dos categorías principales: caminadores y no caminadores. El grupo de los Robots zoomórficos no caminadores está muy poco evolucionado. Los experimentos efectuados en Japón basados en segmentos cilíndricos biselados acoplados axialmente entre sí y dotados de un movimiento relativo de rotación. Los Robots zoomórficos caminadores múltipedos son muy numerosos y están siendo objeto de experimentos en diversos laboratorios con vistas al desarrollo posterior de verdaderos vehículos terrenos, piloteados o autónomos, capaces de evolucionar en superficies muy accidentadas. Las aplicaciones de estos Robots serán interesantes en el campo de la exploración espacial y en el estudio de los volcanes.



FIGURA 1.1.2-9. Robot zoomórfico

5. Híbridos: Corresponden a aquellos de difícil clasificación, cuya estructura se sitúa en combinación con alguna de las anteriores ya expuestas, bien sea por conjunción o por yuxtaposición. Por ejemplo, un dispositivo segmentado articulado y con ruedas, es al mismo tiempo, uno de los atributos de los Robots móviles y de los Robots zoomórficos.



FIGURA 1.1.2-10. Robot híbrido.

1.2: Introducción a MSC ADAMS:

MSC ADAMS es un software de simulación de sistemas mecánicos por medio de modelado, análisis y capacidades de visualización.

Esto permite a los usuarios crear prototipos virtuales reales simulando el comportamiento de movimientos llenos de sistemas mecánicos complejos, sobre sus ordenadores y rápidamente analiza múltiples variaciones de diseño hasta que un diseño óptimo sea alcanzado. Esto reduce el número de prototipos físicos costosos, mejora la calidad del diseño, y reduce radicalmente el tiempo de desarrollo de producto.

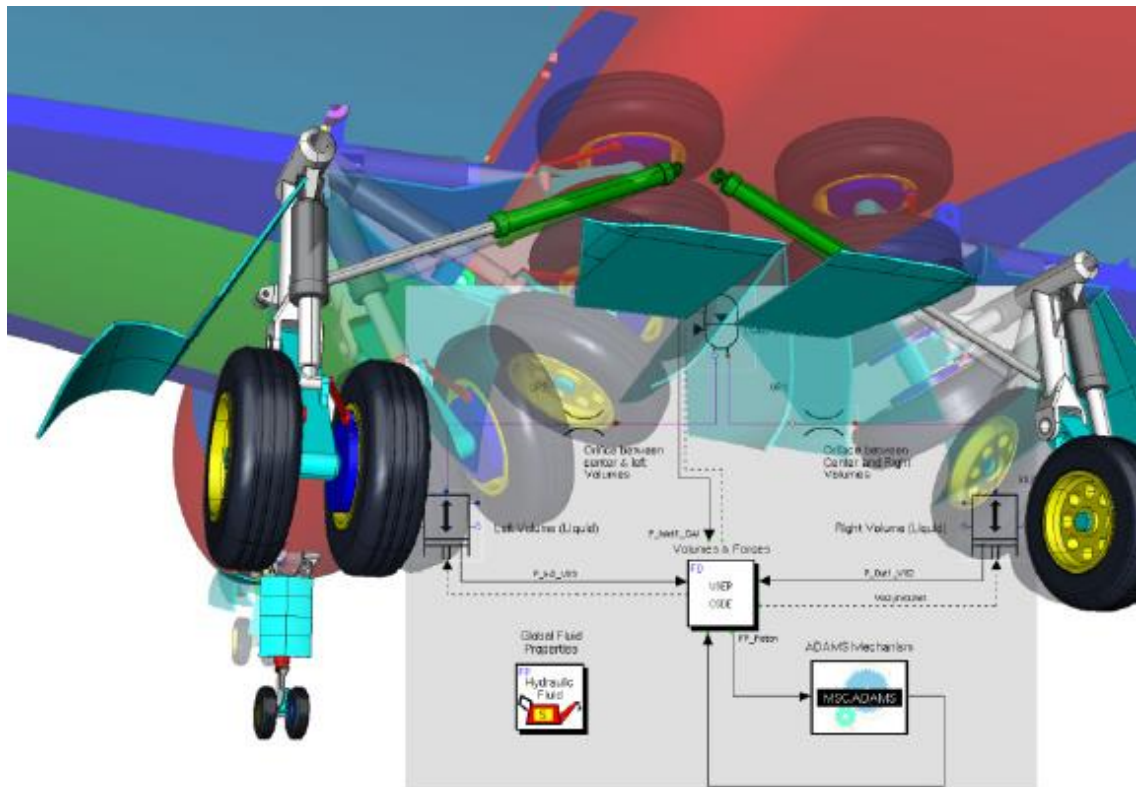


FIGURA 1.2-1. Diseño en MSC ADAMS.

La versión de MSC ADAMS utilizada para realizar este proyecto es la del año 2005 y consta de los siguientes paquetes específicos:

- ADAMS/Aircraft: Permite crear rápidamente y poner a prueba prototipos virtuales de una aeronave completa y del tren de aterrizaje.



FIGURA 1.2-2. Diseño en ADAMS/Aircraft.

- ADAMS/Car y ADAMS/Car Real Time: Permite a los equipos de ingeniería de automoción hacer diseños de vehículos completos y subsistemas de vehículos y simular su comportamiento en diferentes condiciones viales. De esta forma pueden simular las mismas situaciones que si estuvieran en un laboratorio de ensayo o en una pista de pruebas.

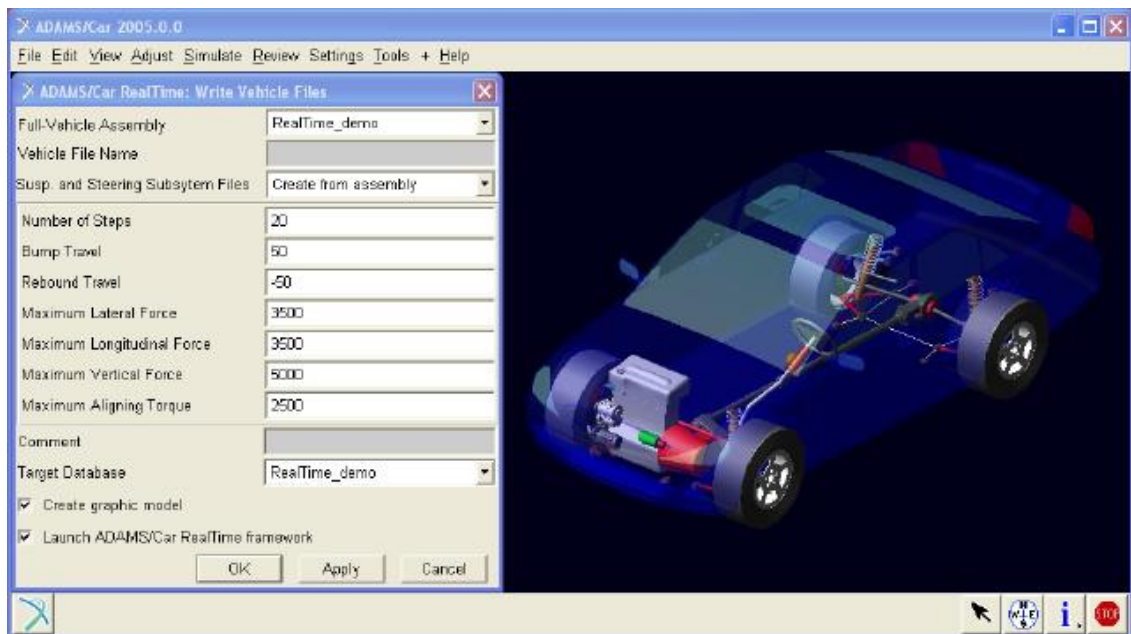


FIGURA 1.2-3. Diseño en ADAMS/Car.

- ADAMS/Chassis: En el diseño del automóvil, la ventana de ingeniería asistida por ordenador (CAE) es corta, y los resultados son críticos. Si el análisis dinámico puede ser integrado en el ciclo CAE con resultados rápidos y precisos, la totalidad del proceso puede ser acortado y la

optimización del diseño se puede alcanzar más rápidamente. Esa es la función de ADAMS/Chassis.

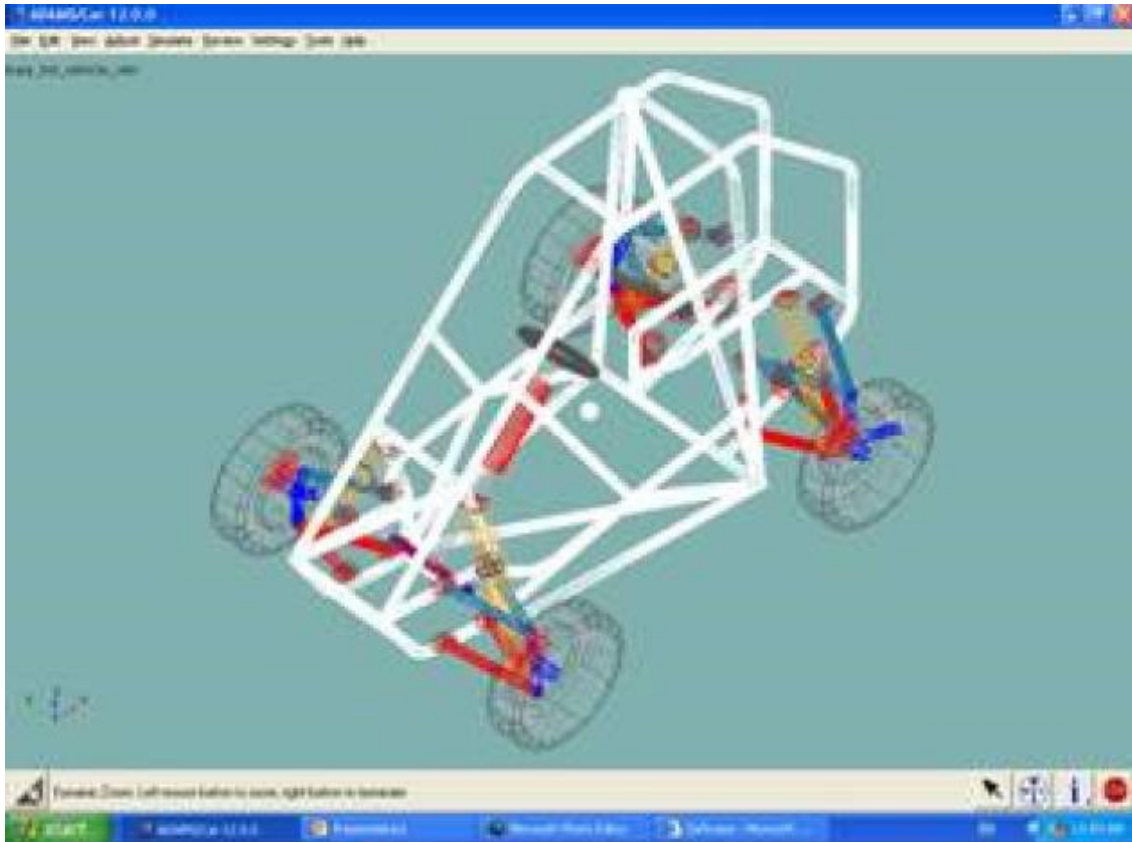


FIGURA 1.2-4. Diseño en ADAMS/Chassis.

- ADAMS/Driveline: Proporciona a los ingenieros y analistas, que están especializados en herramientas de modelaje, los componentes de la simulación de las líneas de conducción y el estudio del comportamiento de la dinámica del vehículo durante diferentes condiciones de operación.
- ADAMS/Engine: Funciona como FEV, que es un entorno de software diseñado para construir y probar conceptos del motor. Permite a los usuarios optimizar rápidamente el rendimiento de los componentes individuales y los subsistemas del sistema de propulsión, así como el motor completo en cualquier fase de desarrollo.
- ADAMS/Flex: Proporciona la tecnología solucionadora de incluir correctamente la flexibilidad de un componente, incluso en la presencia

de un gran movimiento global y la compleja interacción con otros elementos de modelado.

- ADAMS/Insight: Permite planear y ejecutar una serie de investigaciones para medir el rendimiento de su diseño de sistemas mecánicos en funcionamiento. A partir de los diseños en ADAMS/Chassis, Car o Engine, ADAMS/Insight permite agilizar el proceso de simulación aprovechando los puntos fuertes paramétricos de las aplicaciones verticales.
- ADAMS/Rail: Permite modelar vehículos ferroviarios completos y similar de forma realista su comportamiento en movimiento.

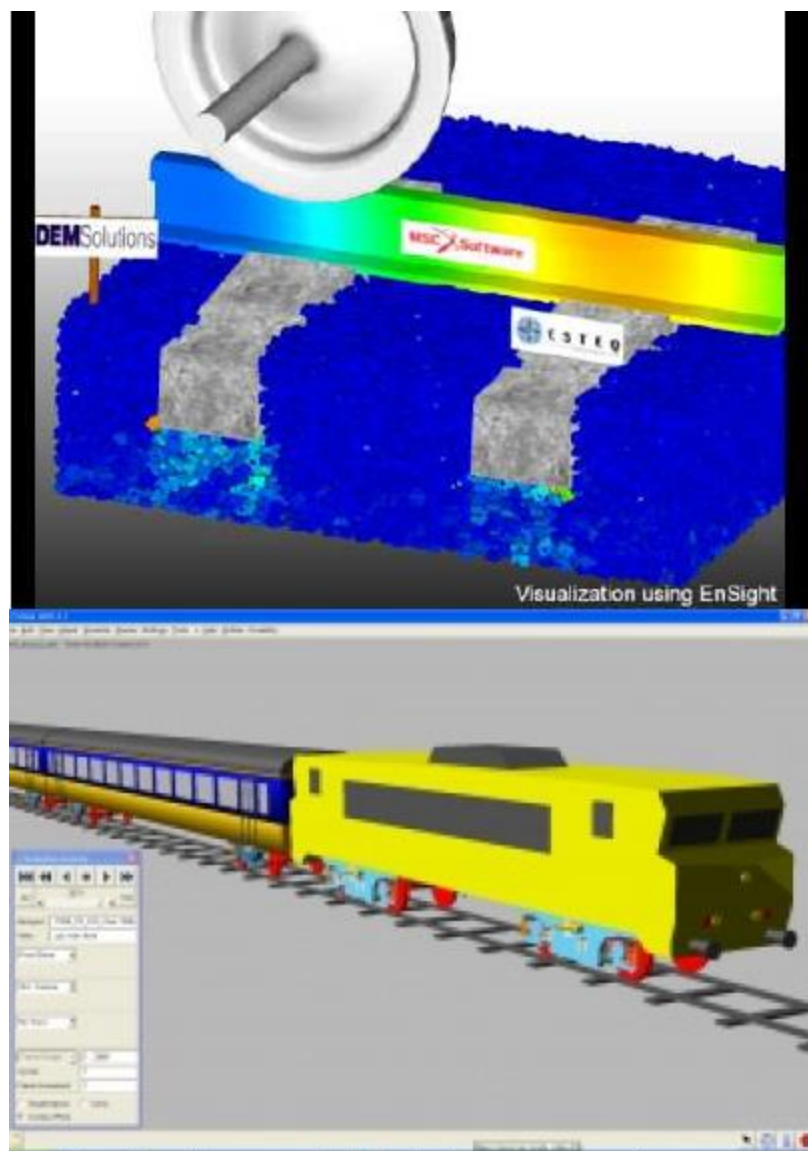


FIGURA 1.2-5. Diseño en ADAMS/Rail.

- ADAMS/Solver: Es un motor de gran alcance que produce un análisis de alto rendimiento de tal manera que forma el núcleo del producto desarrollado y mejorado continuamente durante más de tres décadas.
- ADAMS/View: Es un software fácil de utilizar del interfaz gráfico de ADAMS/Solver, y permite importar archivos CAD y construir modelos. Además tiene capacidad para automatizar muchas tareas repetitivas para ahorrar tiempo, y permite crear plantillas y herramientas para obtener soluciones personalizadas.
- ADAMS/PostProcessor: Proporciona un entorno del resultado integral de post-procesamiento. Animación de gran alcance, trazado y funcionalidad de informes están disponibles para investigar, así como presentar resultados de la simulación.



FIGURA 1.2-6. Ejemplo de diseño con MSC ADAMS.

1.3: La fricción:

Se define como fuerza de rozamiento o fuerza de fricción, a la componente tangencial (contenida en el plano tangencial) de la fuerza entre dos superficies en contacto, que se opone al deslizamiento entre ambas superficies. Si las superficies no están deslizando, la fuerza de fricción es estática y se opone al inicio del deslizamiento mutuo. Si las superficies están deslizando entre sí, la fuerza de rozamiento se llama dinámica. Se genera debido a las imperfecciones, mayormente microscópicas, entre las superficies en contacto. Estas imperfecciones hacen que la fuerza resultante R entre ambas superficies no sea perpendicular a ambas superficies, sino que forme un ángulo ϕ con la normal N (el ángulo de rozamiento). Por tanto, la fuerza resultante se compone de la fuerza normal N (perpendicular a las superficies en contacto) y de la fuerza de rozamiento F , paralela a las superficies en contacto.

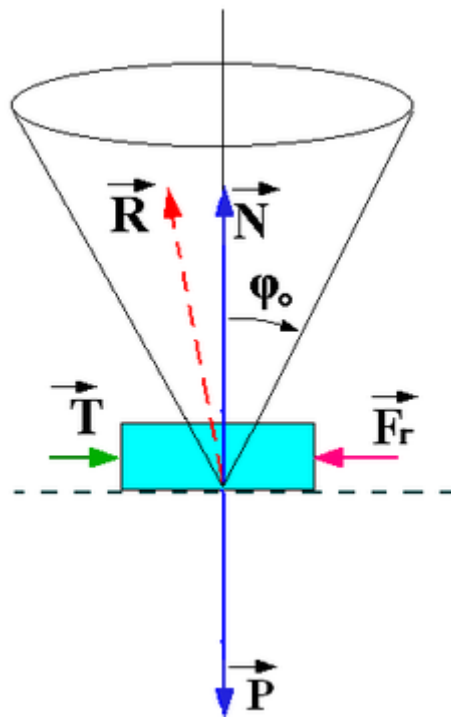


FIGURA 1.3-1. Fricción estática: no se inicia el movimiento si la fuerza tangencial aplicada T hace que el ángulo sea menor a ϕ_0 (no supera a F_r).

Así la fricción estática es la resistencia que se debe superar para que empiece a deslizar un cuerpo con respecto a otro que se encuentra en contacto. La fricción dinámica, es la resistencia, de magnitud proporcional a la normal, que se opone al deslizamiento pero una vez que éste ya comenzó. En resumen, lo que

diferencia a un roce con el otro, es que el estático actúa cuando los cuerpos están en reposo relativo en tanto que el dinámico lo hace cuando ya están en movimiento.

La fuerza de fricción estática, necesaria para vencer la fricción homóloga, es siempre menor o igual al coeficiente de rozamiento entre los dos objetos (número medido empíricamente y que se encuentra tabulado) multiplicado por la fuerza normal. La fuerza de fricción dinámica, en cambio, es igual al coeficiente de rozamiento dinámico, denotado por la letra griega μ por la normal en todo instante.

No se tiene una idea perfectamente clara de la diferencia entre el rozamiento dinámico y el estático, pero se sabe por experiencia que el coeficiente de rozamiento estático es algo mayor que el dinámico, porque al permanecer en reposo ambas superficies pueden aparecer enlaces iónicos, o incluso micro soldaduras entre las superficies, factores que disminuyen en estado de deslizamiento. Éste fenómeno es tanto mayor cuanto más perfectas son las superficies. Un caso más o menos común es el del gripaje de un motor por estar mucho tiempo parado (no sólo se arruina por una temperatura muy elevada), ya que al permanecer las superficies, del pistón y la camisa, durante largo tiempo en contacto y en reposo, pueden llegar a soldarse entre sí.

Un ejemplo bastante común de fricción dinámica es la ocurrida entre los neumáticos de un auto y el pavimento en un frenado abrupto.

Como comprobación de lo anterior, se realiza el siguiente ensayo (ver Figura 1.3-2), sobre una superficie horizontal se coloca un cuerpo, y le aplica un fuerza horizontal F , muy pequeña en un principio, se puede ver que el cuerpo no se desplaza, la fuerza de rozamiento iguala a la fuerza aplicada y el cuerpo permanece en reposo, en la gráfica se representa en el eje horizontal la fuerza F aplicada, y en el eje vertical la fuerza de rozamiento F_r .

Entre los puntos O y A, ambas fuerzas son iguales y el cuerpo permanece estático; al sobrepasar el punto A el cuerpo súbitamente comienza a deslizarse, la fuerza ejercida en A es la máxima que el cuerpo puede soportar sin deslizarse, se denomina $F_{e_{máx}}$ o fuerza estática máxima de fricción; la fuerza necesaria para mantener el cuerpo en movimiento una vez iniciado el desplazamiento es F_d o fuerza dinámica, es menor que la que fue necesaria para iniciarlo (F_e). La fuerza dinámica permanece constante.

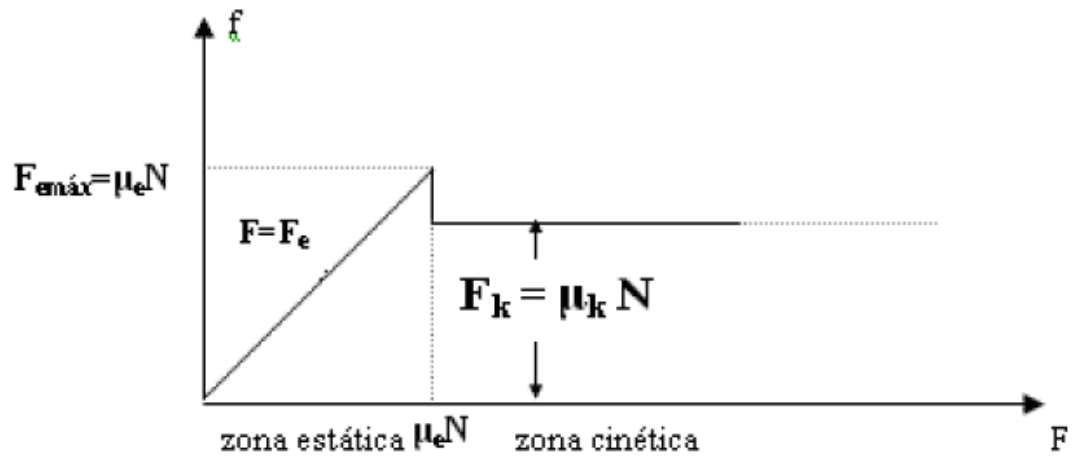


FIGURA 1.3-2. Diagrama de las fuerzas de rozamiento estáticas y dinámicas.

Tanto la fuerza estática máxima de fricción como la fuerza dinámica son proporcionales a la normal N . A las constantes de proporcionalidad se las llama coeficientes de rozamiento estático y dinámico:

$$\mu_e = \frac{F_{emáx}}{N} \quad \mu_d = \frac{F_d}{N}$$

donde el coeficiente de rozamiento estático μ_e , corresponde al de la mayor fuerza que el cuerpo puede soportar inmediatamente antes de iniciar el movimiento y el coeficiente de rozamiento dinámico μ_d , corresponde a la fuerza necesaria para mantener el cuerpo en movimiento una vez iniciado.

Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico dependen de las condiciones de preparación y de la naturaleza de las dos superficies y son casi independientes del área de la superficie de contacto, proporcionándose en la tabla 1, el valor de algunos de ellos:

Materiales en contacto	Fricción estática	Fricción cinética
Hielo // Hielo	0,1	0,03
Vidrio // Vidrio	0,9	0,4
Madera // Cuero	0,4	0,3
Madera // Piedra	0,7	0,3
Madera // Madera	0,4	0,3
Acero // Acero	0,74	0,57
Acero // Hielo	0,03	0,02
Acero // Latón	0,5	0,4
Acero // Teflón	0,04	0,04
Teflón // Teflón	0,04	0,04
Caucho // Cemento (seco)	1,0	0,8
Caucho // Cemento (húmedo)	0,3	0,25
Cobre // Hierro (fundido)	1,1	0,3
Esquí (encerado) // Nieve (0°C)	0,1	0,05
Articulaciones humanas	0,01	0,003

Tabla 1.3-1. Coeficientes de rozamiento entre algunos materiales.

Además, la fuerza de rozamiento es independiente del área de la superficie aparente del contacto. Esto se debe a que la mayoría de las superficies, aun las que se consideran pulidas son extremadamente rugosas a escala microscópica. En la figura 1.3-3 los picos de las dos superficies que se ponen en contacto determinan el área real de contacto que es una pequeña porción del área aparente de contacto (el área de la base del bloque). El área real de contacto aumenta con la presión (la fuerza normal) porque los picos se deforman.

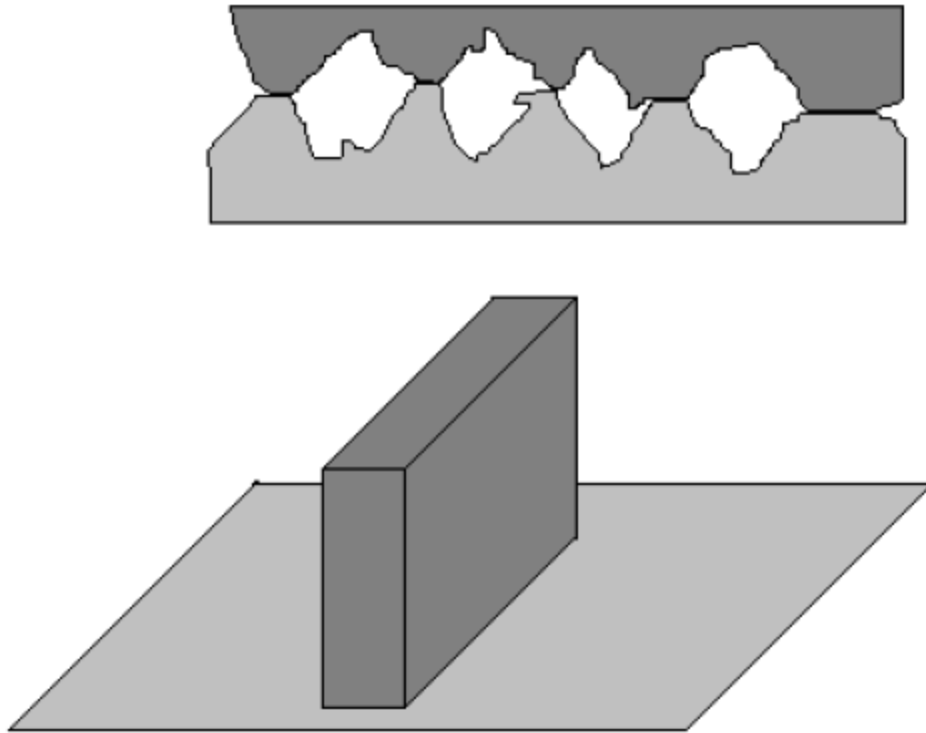


FIGURA 1.3-3. Área de contacto real entre dos superficies.

Capítulo 2: El PASIBOT y el artículo

2.1: El PASIBOT:

El robot PASIBOT es un robot bípedo humanoide que camina impulsado por un sólo motor alojado en su cadera, conectado a la manivela que se muestra en la imagen:

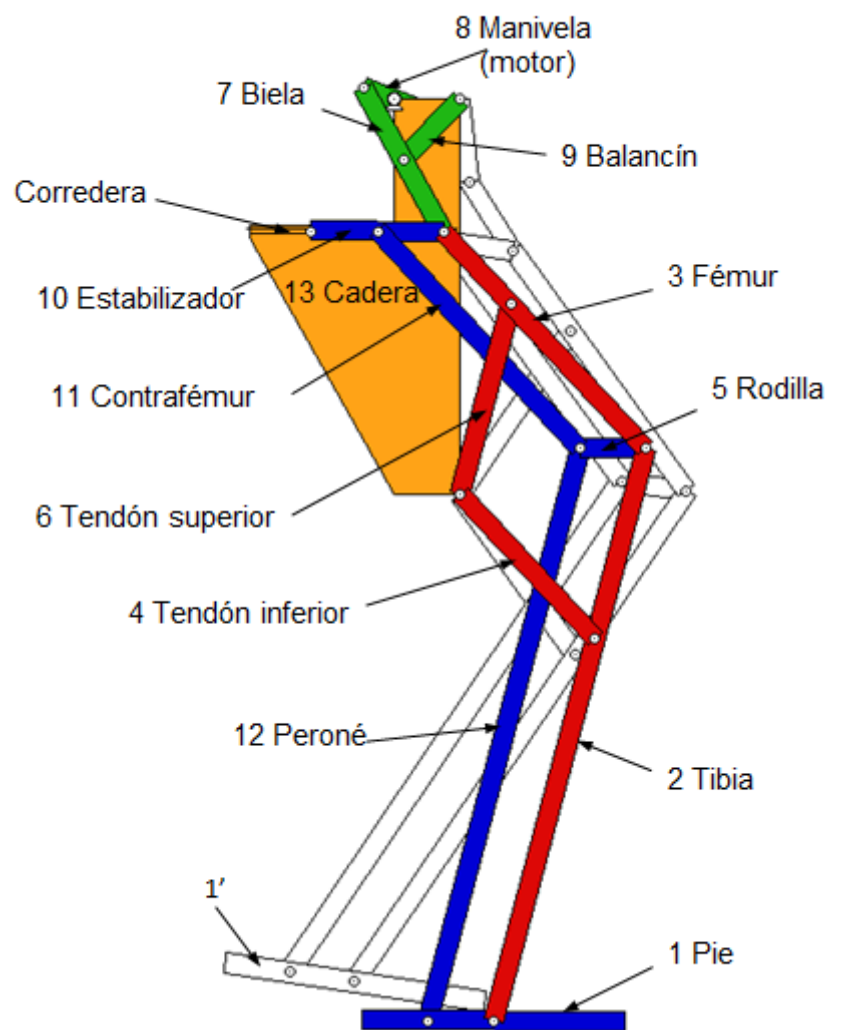


FIGURA 2.1-1. Nomenclatura de las piezas del PASIBOT.

Para su construcción se ha recurrido a un material abundante y económico: el aluminio, cuyas propiedades se exponen en la siguiente tabla:

Propiedades del aluminio	
Densidad	2.7 g/cm²
Temperatura de fusión	660 °C
Propiedades de alta relación resistencia/peso	
Alta resistencia a la Corrosión.	
Buena conductividad eléctrica	

Tabla 2.1-1. Propiedades del aluminio

Todos los eslabones tienen de ancho 20 mm y un grosor de 8 mm. Se puede observar que son iguales los eslabones homónimos de ambas partes. La masa se puede calcular multiplicando el volumen por la densidad:

$$Peso = Ancho \cdot Grosor \cdot Longitud \cdot Densidad$$

Por último, la cadera mantiene el grosor de 8 mm pero tiene una forma distinta al resto de eslabones y su masa se calcula por separado puesto que hay que añadirle el peso del motor.

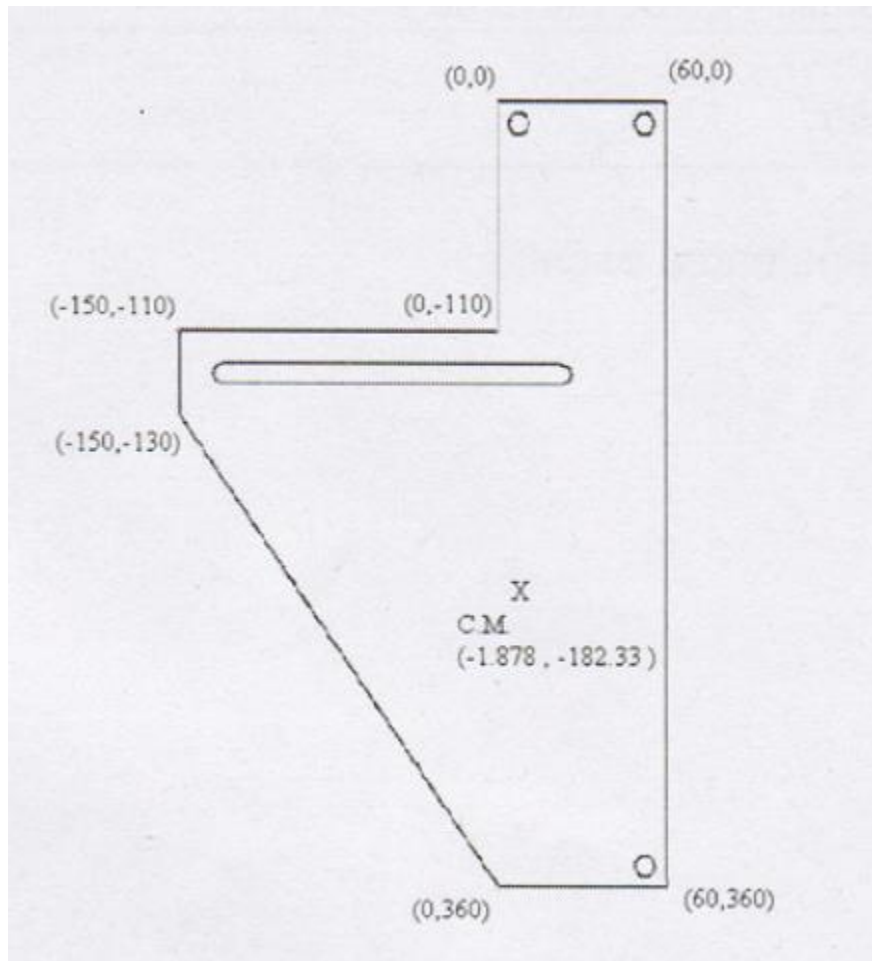


FIGURA 2.1-2. Plano de la cadera.

El área de la cadera es:

$$A_{cadera} = 34350 \text{ mm}^2$$

Como resumen, se muestran todas las dimensiones y los pesos de los eslabones sacados del modelo de MSC ADAMS:

Nombre del eslabón	Longitud (mm)	Ancho (mm)	Masa (g)
1. Pie (x2)	190	20	256.46
2. Tibia (x2)	540	20	243.51
3. Fémur (x2)	270	20	125.14
4. Tendón inferior (x2)	180	20	85.69
5. Rodilla (x2)	90	20	46.23
6. Tendón superior (x2)	180	20	85.69
7. Biela (x2)	150	20	72.53
8. Manivela (x2)	60	20	19.93
9. Balancín (x2)	75	20	39.65
10. Estabilizador (x2)	125	20	61.57
11. Contrafémur (x2)	270	20	125.14
12. Peroné (x2)	540	20	243.51
13. Cadera (x2)	Área = 34350 mm ²		1483.9
Total			5777.90

Tabla 2.1-2. Dimensiones y pesos de los eslabones del PASIBOT.

El diseño cinemático básico del PASIBOT es el que se muestra en la figura 2.1-3:

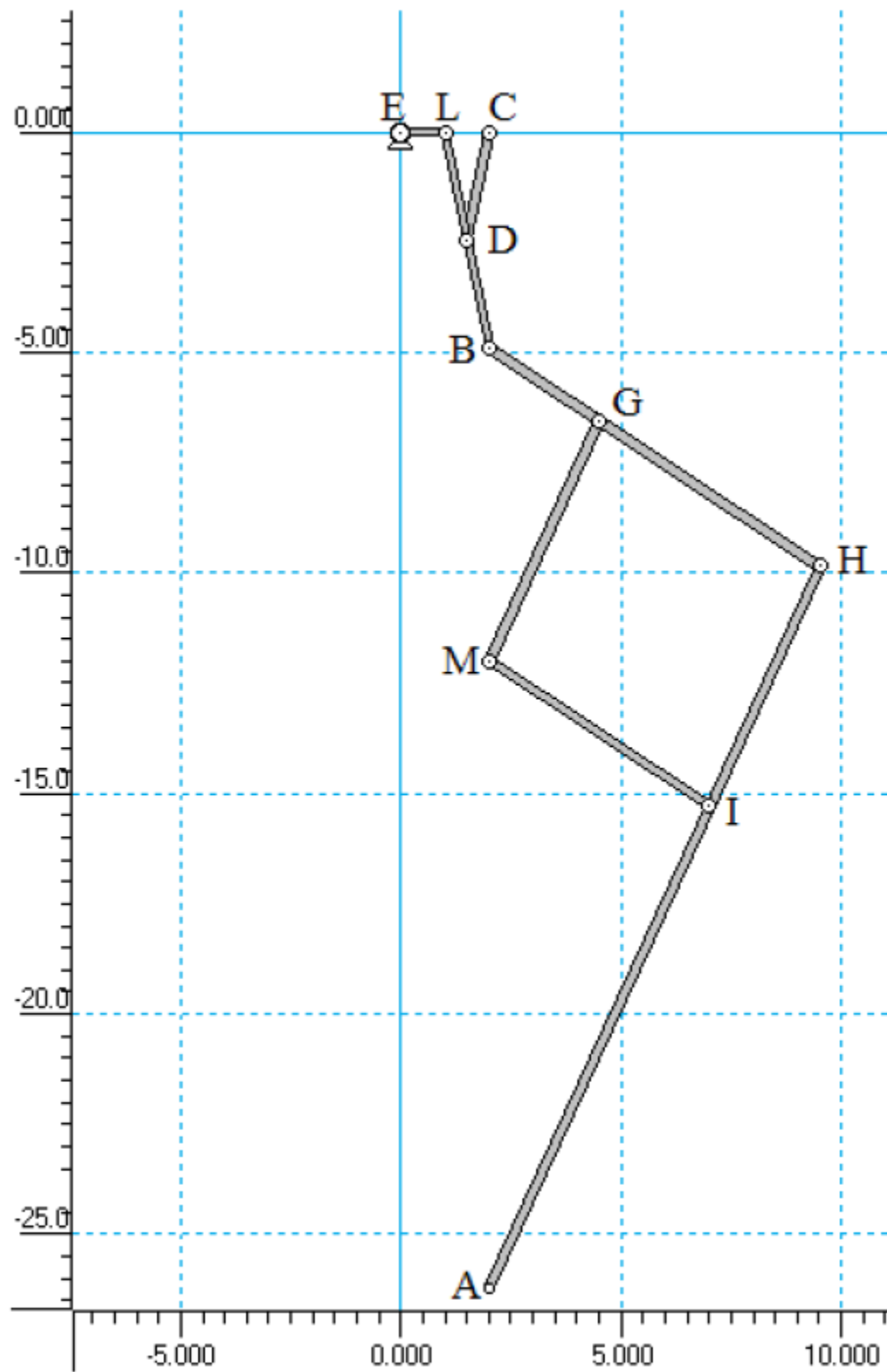


FIGURA 2.1-3. Diseño del PASIBOT.

En particular, el diseño mecánico se ha basado en la utilización de un Chebyshev de cuatro barras articuladas y un mecanismo pantógrafo. El mecanismo de Chebyshev también es conocida en la terminología anglosajona como Mecanismo de Línea Recta de Hoekens. En este tipo de mecanismo, el movimiento de la pierna se puede realizar mediante un grado de libertad. La pierna ha sido diseñada considerando las premisas de compacidad, modularidad, ligereza y reducción de grados de libertad. Se va a considerar una rotación completa en el punto L de la figura 2.1-3, que resulta en una adecuada trayectoria del punto B, se verá trasladada al punto A del pantógrafo.

2.1.1: Mecanismo de Chebyshev:

El mecanismo de línea recta de Chebyshev, o de Hoekens, es una manivela balancín de Grashof, cuya virtud principal es la de describir una línea prácticamente recta en una parte de su trayectoria. Se caracteriza además por poseer una velocidad casi constante en toda la parte central de su movimiento de línea recta.

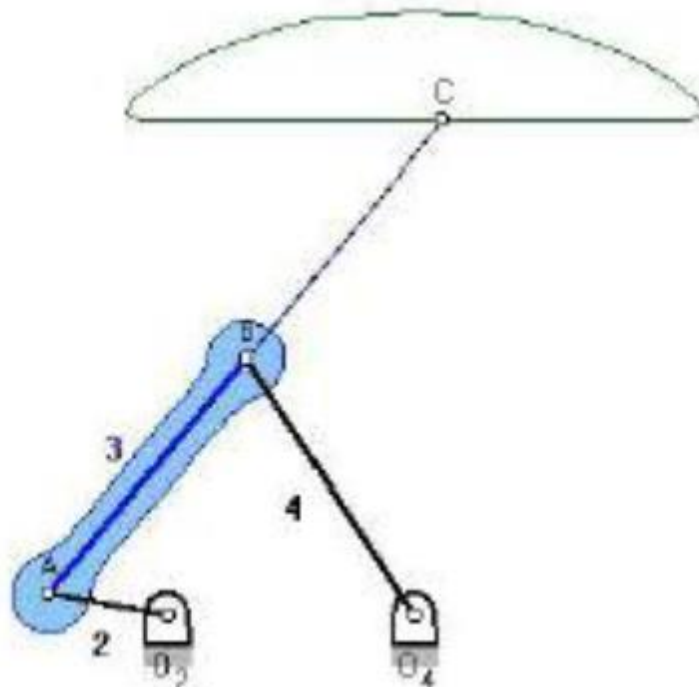


FIGURA 2.1.1-1. Mecanismo de Chebyshev.

Las proporciones del mecanismo de Chebyshev son:

$$\overline{LC} = 2 \cdot \overline{LE} \qquad \overline{CD} = 2 \cdot \overline{LE} \qquad \overline{EB} = 5 \cdot \overline{LE}$$

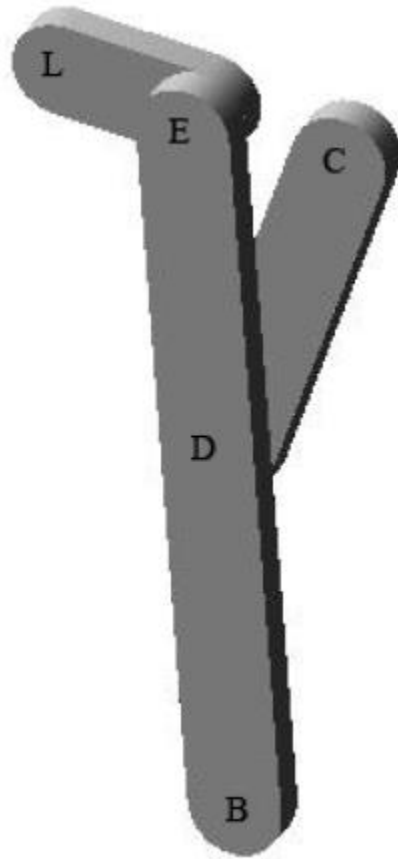


FIGURA 2.1.1-2. Notación del mecanismo de Chebyshev.

2.1.2: Pantógrafo:

El pantógrafo es un cuadrilátero articulado que sirve para dibujar una figura homotética dada.

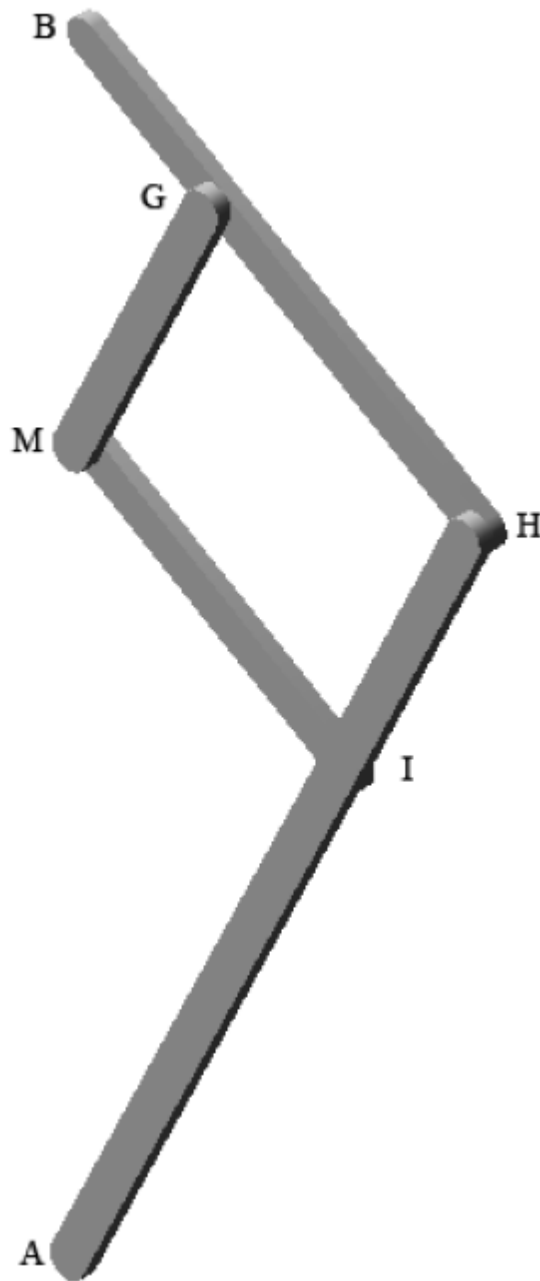


FIGURA 2.1.2-1. Pantógrafo.

Las características más importantes son que los puntos A, M y B siempre están alineados y el mecanismo puede ser amplificador o reductor, además de inversor, en función del punto que se fije (A, M o B).

Si se fija el punto A y se mueve M se producirá una ampliación directa del movimiento reflejada en el punto B, y por el contrario, si se mueve el punto B se producirá una reducción directa del movimiento en el punto M.

Si lo que se quiere es invertir el movimiento, se fijará el punto M. Si se da movimiento en el punto B se producirá una reducción inversa del movimiento en A, y si por el contrario se da el movimiento en A, en el punto B se verá reproducido amplificado e invertido. Este último caso es el aplicado en el mecanismo.

Las características del pantógrafo vienen establecidas por las siguientes condiciones:

$$\frac{\overline{BG}}{\overline{BM}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{HA}} \rightarrow \frac{90 \text{ mm}}{180 \text{ mm}} = \frac{270 \text{ mm}}{540 \text{ mm}} = \frac{1}{2}$$

Como se puede apreciar, los triángulos \overline{BGM} y \overline{BHA} son semejantes, por lo que se cumple que los puntos B, M y A están alineados siempre.

La razón de homotecia del pantógrafo, es decir, su relación de amplificación-inversión es 3:1:

$$\frac{\overline{BG}}{\overline{BM}} = \frac{270 \text{ mm}}{90 \text{ mm}} = 3$$

2.1.3: Acción conjunta de ambos mecanismos:

El mecanismo de la pierna se muestra en la figura 2.1.3-1, donde aparece representado en azul el mecanismo de Chebyshev y en gris el pantógrafo. El Chebyshev genera la trayectoria en el punto B a partir del movimiento rotatorio de la manivela 1 en el punto L, y el pantógrafo la reproduce ampliada e invertida en el punto A.

2.1.4: Mecanismo estabilizador:

Es el mecanismo paralelo al ya descrito (Chebyshev + pantógrafo) que aparece en la figura 2.1.4-1 en azul:

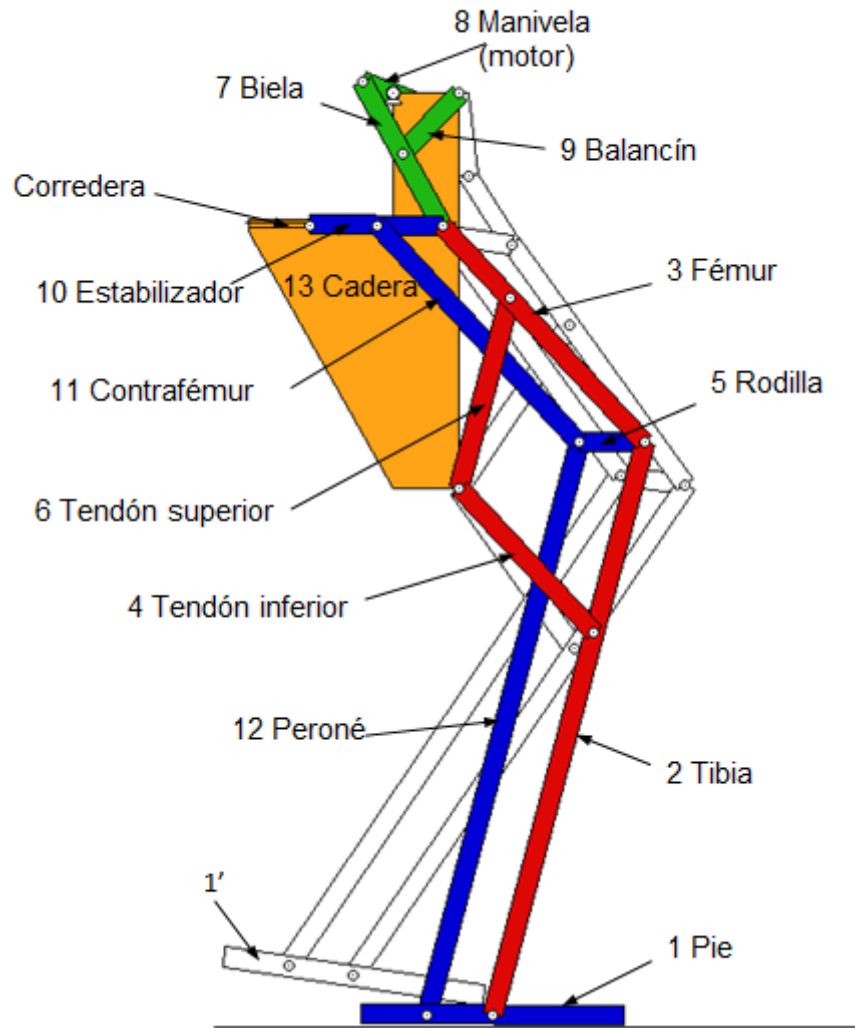


Figura 2.1.4-1. Mecanismo estabilizador en azul.

El mecanismo estabilizador consta de una barra estabilizadora que se mueve a lo largo de una corredera, un contrafémur, una rodilla y un peroné. El estabilizador une al mecanismo Chebyshev + pantógrafo y el contrafémur para permitir que la posición del pie al llegar al suelo sea horizontal.

2.2: El artículo:

El artículo [2], que sirve de punto de partida de este trabajo, contempla tres posibilidades cuando los dos pies están en el suelo:

- a) El pie trasero no desliza pero el delantero sí
- b) Ambos pies deslizan
- c) El pie trasero desliza pero el delantero no

Cuál de estas situaciones se produce depende de la fuerza normal del contacto entre el suelo y cada pie. De hecho, se predice que las tres situaciones se produzcan cada vez que los dos pies están apoyados, y en ese mismo orden. Esto se debe a que hay una transferencia de carga del pie trasero al delantero. También depende del coeficiente de fricción. Si el coeficiente es alto, prevalecerán las opciones a) y c) frente a la b), y si es pequeño viceversa.

Asimismo el artículo predice que, cuando sólo el pie de apoyo está en contacto con el suelo, el número de etapas en las que desliza el citado pie depende del valor del coeficiente de adherencia. Para valores bajos se producirá en dos etapas separadas por una etapa sin deslizamiento. Para valores más altos la primera etapa desaparece y permanece sólo la segunda, y por tanto desliza en una sola etapa. Por último, para valores aún mayores no se produce deslizamiento.

Estas son las conclusiones del artículo que intentaré comprobar con el software MSC ADAMS.

Capítulo 3: Resultados

Para la realización del proyecto, se cuenta con el modelo del PASIBOT en ADAMS que se ve en la imagen:

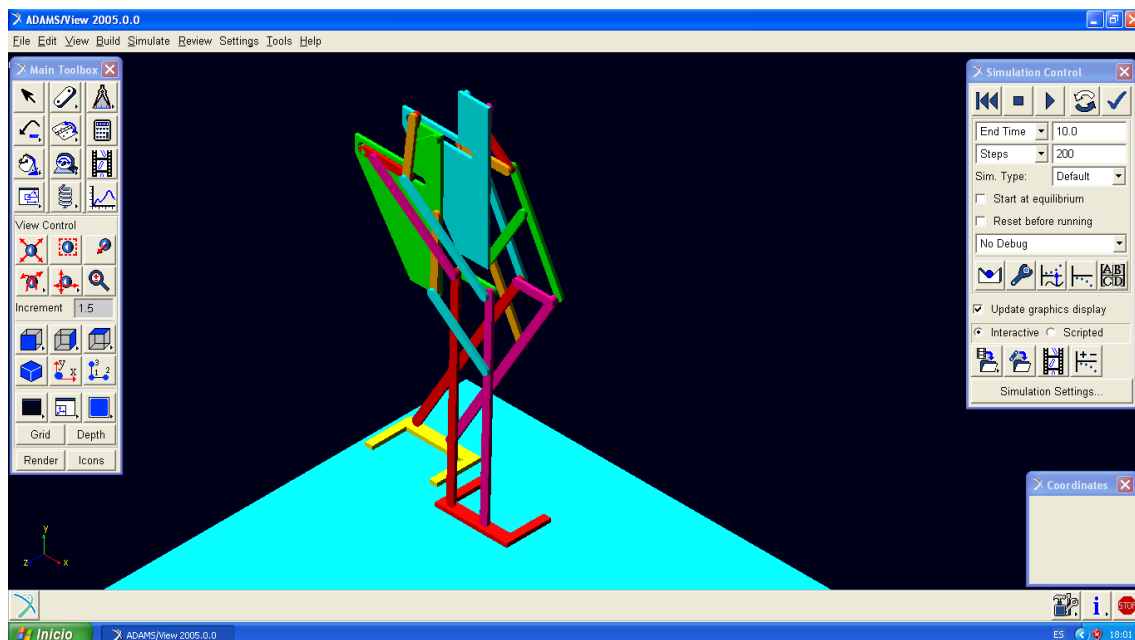


FIGURA 3-1. Imagen del modelo del PASIBOT en MSC ADAMS.

Primero de todo comprobamos que las medidas del modelo del robot en ADAMS (tabla 5) concuerdan con las del modelo en MATLAB que se muestran en la tabla 4:

Nombre del eslabón	Longitud (mm)	Ancho (mm)	Masa (g)
1. Pie (x2)	190	20	256.46
2. Tibia (x2)	540	20	233.3
3. Fémur (x2)	270	20	116.5
4. Tendón inferior (x2)	180	20	77.75
5. Rodilla (x2)	90	20	38.9
6. Tendón superior (x2)	180	20	77.75
7. Biela (x2)	150	20	64.8
8. Manivela (x1)	60	20	25.9
9. Balancín (x2)	75	20	32.4
10. Estabilizador (x2)	125	20	54
11. Contrafémur (x2)	270	20	116.5
12. Peroné (x2)	540	20	233.3

13. Cadera (x2)	Área = 34350 mm²	1483.9
Total		5597.02

Tabla 3-1. Dimensiones y pesos de los eslabones del PASIBOT.

Nombre del eslabón	Longitud (mm)	Ancho (mm)	Masa (g)
1. Pie (x2)	190	20	256.46
2. Tibia (x2)	540	20	243.51
3. Fémur (x2)	270	20	125.14
4. Tendón inferior (x2)	180	20	85.69
5. Rodilla (x2)	90	20	46.23
6. Tendón superior (x2)	180	20	85.69
7. Biela (x2)	150	20	72.53
8. Manivela (x1)	60	20	19.93
9. Balancín (x2)	75	20	39.65
10. Estabilizador (x2)	125	20	61.57
11. Contrafémur (x2)	270	20	125.14
12. Peroné (x2)	540	20	243.51
13. Cadera (x2)	Área = 34350 mm ²		1483.9
Total			5757.97

Tabla 3-2. Dimensiones y pesos de los eslabones del PASIBOT.

Todas las dimensiones concuerdan a la perfección. A la hora de comprobar que se cumpla que los eslabones en ADAMS tienen el mismo peso que en MATLAB, hay ligeras variaciones menores al 10% en peso. Esto se debe a que las barras que constituyen los eslabones en el modelo de ADAMS tienen los extremos más largos y redondeados, y nosotros para calcular su peso habíamos considerado que eran de sección rectangular. Como en el PASIBOT real los eslabones están redondeados, hemos dejado los valores de masa que venían por defecto en el modelo de ADAMS. Asimismo, hay que introducir el valor de la masa y el momento de inercia de la cadera a mano porque en el modelo de ADAMS no tiene en cuenta el peso del motor.

A partir de ahora haremos las simulaciones que resulten de interés para el equipo de MAQLAB para saber cómo se produce el deslizamiento del pie de apoyo del PASIBOT. Para ello debemos estudiar los distintos modelos de contacto que nos ofrece ADAMS para ver cuál es el que se adapta mejor a nuestro caso de estudio.

3.1: Parámetros de ajuste del contacto:

El primer paso es introducir el modelo de contacto y sus parámetros en el programa. Hay que tener en cuenta que en el modelo explicado en la introducción teórica está muy simplificado, y que ADAMS contempla otros efectos para dotar de mayor realismo a la simulación. Tendremos que estudiarlos todos para poder darles un valor adecuado y que nuestra simulación sea lo más realista posible.

La ventana en la que el programa nos pide esos datos es la que se muestra en la figura 3.1-1:

X Modify Contact	
Contact Name	CONTACT_1
Contact Type	Solid to Solid
I Solid	SOLID22
J Solid	BOX_47
<input checked="" type="checkbox"/> Force Display	<input type="checkbox"/> Augmented Lagrangian
Normal Force	Impact
Stiffness	1.0E+008
Force Exponent	2.2
Damping	1.0E+004
Penetration Depth	1.0E-004
Friction Force	Coulomb
Coulomb Friction	On
Static Coefficient	0.25
Dynamic Coefficient	0.25
Stiction Transition Vel.	1.0E-004
Friction Transition Vel.	1.0E-004
<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Apply"/> <input type="button" value="Close"/>	

FIGURA 3.1-1. Ventana para introducir los parámetros que dominan el contacto.

Los cuatro primeros parámetros no se tienen en cuenta porque solo son los datos que indican el nombre del contacto, el tipo de contacto que es (en este caso el pie contra el suelo es “sólido con sólido”) y las piezas que generan este contacto.

Por ello se van a comentar a continuación los diferentes parámetros, su explicación teórica y cómo influye en el deslizamiento del pie de apoyo del robot PASIBOT.

3.1.1: Modelos de cálculo de la fuerza normal:

Dentro del parámetro *Normal Force* se muestra una lista desplegable donde se puede elegir entre 3 modelos para calcular la fuerza normal:

- a) modelo de restitución
- b) modelo definido por el usuario
- c) modelo de impacto

a) Modelo de restitución:

La señalización de esta opción especifica que el método de restitución es el que será usado en el cálculo de la fuerza normal. Dentro de la teoría del coeficiente de restitución se pueden modificar 2 parámetros:

- Penalty: Define las propiedades de rigidez local en el contacto con el material. Un valor grande del penalti asegura que la penetración, de una geometría sobre la otra será pequeña. Valores grandes sin embargo causan dificultades en la integración numérica. Un valor de $1 \cdot 10^6$ es adecuado para los sistemas de modelado en kg-mm-seg. El valor del penalti debe ser siempre mayor que cero (Penalty>0).
- Coeficiente de restitución ε : En el modelo del coeficiente de restitución se pierde energía durante el contacto. Un valor de cero especifica un contacto perfectamente elástico en el cual no hay pérdida de energía. El coeficiente de restitución es en función de los dos materiales que entran en contacto. Para obtener información de los tipos de materiales de uso común en comparación con los valores del coeficiente de restitución se puede observar la tabla de propiedades de los materiales de contacto del programa. El rango del coeficiente de restitución debe estar entre 0 y 1 ($0 \leq \text{Coeficiente de restitución} \leq 1$). Nosotros cogeremos $\varepsilon=1$ para hacer que el choque sea plástico.

b) Modelo definido por el usuario:

Este modelo para el cálculo de la fuerza normal hace que el usuario pueda personalizar su valor en función de ecuaciones. Los dos parámetros que se pueden ajustar para este modelo son:

- User function: Como su propio nombre indica, en dicho campo se puede introducir una función para que mediante dicha función se calcule el valor de la fuerza normal.
- Routine: En este parámetro se puede indicar la rutina con la que se desea que el programa utilice la función indicada anteriormente para el cálculo de la fuerza normal.

c) Modelo de impacto:

Especifica que el método del impacto es el que será usado en el cálculo de la fuerza normal. La forma general de la función de la fuerza de impacto es dada por la siguiente ecuación:

$$F_c = k \cdot (g^e) + Step(g, 0, 0, d_{max}c_{max}) \cdot \frac{dg}{dt}$$

Siendo:

- g: Penetración de una geometría en otra
- dg/dt: Velocidad de penetración en el punto de contacto
- e: Valor real positivo que indica el exponente de la fuerza
- d_{max} : Valor real positivo que especifica el límite de penetración a aplicar con el máximo coeficiente de amortiguamiento c_{max} .
- k: Se puede aproximar la compilación del cuerpo mediante la correlación k a los cuerpos del material y a los parámetros geométricos.

La ecuación que define el impacto es la siguiente:

$$IMPACT = \begin{cases} Max(0, k(x_1 - x)^e - STEP(x, x_1 - d, c_{max}, x_1, 0) \cdot \dot{x} & : x < x_1 \\ 0 & : x \geq x_1 \end{cases}$$

Se debe destacar que cuando:

- $x \geq x_1$: no ocurre la penetración y la fuerza es cero (penetración: $p=0$).
- $x < x_1$: la penetración se produce en el extremo más cercano a la marca J (figura de abajo) y la fuerza es mayor que cero (penetración: $p = x_1 - x$).

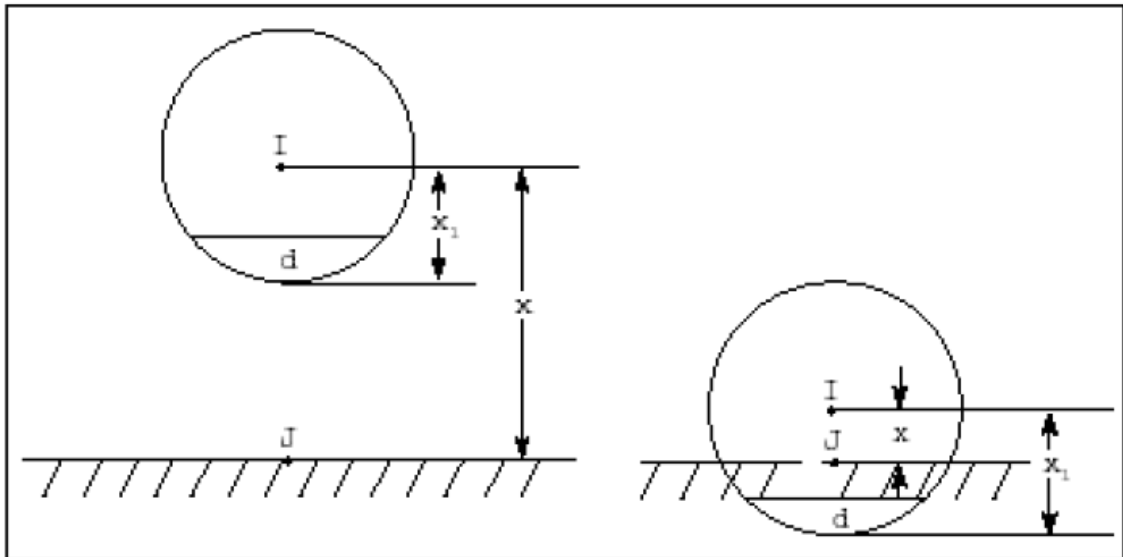


FIGURA 3.1.1-2. Penetración en contacto con el suelo.

El método de impacto es el que se ha seleccionado para el cálculo de los coeficientes de rozamiento límites a lo largo de este proyecto. Por ello, mientras se indica lo que significan cada uno de los parámetros de dicho modelo, se señalará los valores que es adecuado dar para que la simulación sea lo más precisa posible.

Los parámetros inicialmente propuestos por el programa son los siguientes:

Normal Force	Impact
Stiffness	1.0E+008
Force Exponent	2.2
Damping	1.0E+004
Penetration Depth	1.0E-004

FIGURA 3.1.1-3. Parámetros de ajuste del modelo de Impacto para el cálculo de la fuerza normal.

Los parámetros que se pueden ajustar en el modelo de Impacto para el cálculo de la fuerza normal son los cuatro siguientes:

- **Stiffness:** Es el parámetro que especifica una rigidez del material que se puede utilizar para calcular la fuerza normal en el modelo de impacto. En general, cuanto mayor es la rigidez, más rígido o duro es el contacto entre cuerpos. También se debe tener en cuenta que a mayor rigidez, más difícil es para el integrador del programa resolver el caso a través del contacto. Depende de los materiales en contacto y su geometría. El manual de ADAMS recomienda valores en torno a 10^8 .
- **Exponente de la fuerza:** ADAMS/Solver (FORTRAN) toma los modelos de la fuerza normal como un resorte no lineal. Si la penetración es instantánea entre las geometrías de contacto, ADAMS/Solver calcula la contribución de la rigidez del material a la fuerza instantánea normal como:

$$Stiffness \cdot Rigidez(Penalty)^{exponente}$$

El valor del exponente normalmente se debe ajustar a 1.5 o superior. El rango del exponente de la fuerza debe ser: $Exponente > 1$. Su valor para metales como el acero es de 2.2.

- **Damping:** El damping o amortiguación define las propiedades de amortiguación de los materiales en contacto. Se debe fijar el coeficiente de amortiguamiento, que debe ser aproximadamente el uno por ciento del coeficiente de rigidez. El rango de damping debe ser : $Damping \geq 0$. Un valor razonable es 0.01 mm.
- **Penetration Depth:** El parámetro Penetration Depth, también llamado d_{max} , define la penetración máxima en la que ADAMS/Solver convierte en pleno de amortiguación. ADAMS/Solver utiliza una función cúbica de paso para aumentar el coeficiente de amortiguamiento de cero, cuando la penetración es cero, a la plena amortiguación cuando la penetración es d_{max} . Un valor razonable para este parámetro es de 0.01 mm. El rango debe ser siempre mayor que cero ($d_{max} \geq 0$).

3.1.2: Parámetros de la fuerza de fricción:

Los parámetros de la fuerza de fricción son la segunda parte del global de los parámetros del contacto entre los pies del robot y el suelo. Se pueden utilizar tres modelos que son los siguientes:

- Coulomb
- Sin fuerza de fricción

- Definida por el usuario que aporta la función y la rutina

En este apartado sólo se explicarán los parámetros del modelo de Coulomb ya que es el modelo que impone el programa desde el inicio porque es el que más se ajusta a la realidad para calcular la fuerza de fricción entre los pies del robot PASIBOT y el suelo (rozamiento seco).

Los cuatro parámetros de los que depende la fuerza de fricción según el modelo de Coulomb son:

- Coeficiente de rozamiento estático: El coeficiente de fricción se especifica en el contacto cuando la velocidad de deslizamiento es menor que la Stiction Transition Velocity. Para obtener información sobre los tipos de material en comparación con los valores de uso del coeficiente de fricción estática, se puede consultar la tabla de las propiedades de los materiales en contacto. Valores excesivamente grandes del coeficiente de fricción estático pueden causar dificultades de integración. En cuanto al rango del coeficiente de fricción estático, éste debe ser mayor o igual a cero: $\mu_{estático} \geq 0$.
- Coeficiente de rozamiento dinámico: El coeficiente de rozamiento dinámico se especifica en el contacto cuando la velocidad de deslizamiento es mayor que la Friction Transition Velocity. Para obtener información sobre los tipos de material en comparación con los valores de uso del coeficiente de fricción dinámica, se puede consultar la tabla de las propiedades de los materiales en contacto. Valores excesivamente grandes del coeficiente de fricción dinámico pueden causar dificultades de integración. El rango del coeficiente de rozamiento dinámico debe ser: $0 \leq \mu_{dinámico} \leq \mu_{estático}$.
- Stiction Transition Velocity: Se utiliza en el modelo de fricción de Coulomb para el cálculo de las fuerzas de fricción en las zonas de contacto. ADAMS/Solver se encarga de hacer la transición del coeficiente de fricción dinámico a estático cuando la velocidad de deslizamiento tiende a cero en la zona de contacto. Cuando la velocidad de deslizamiento es igual al valor especificado en el parámetro Stiction Transition Velocity, el coeficiente de fricción pasa a tomar el valor establecido en el parámetro $\mu_{estático}$.

Un valor pequeño para Stiction Transition Velocity causa que el programa tenga dificultades numéricas a la hora de integrar. Una regla general para especificar este valor es:

$$Stiction\ Transition\ Velocity > 5 \cdot Error$$

Donde el error es la precisión solicitada por el integrador. Su valor por defecto es 0.1m/s. El rango de dicho valor es $0 < Stiction\ Transition\ Velocity \leq Friction\ Transition\ Velocity$.
Cogeremos $10^{-4} m/s$.

- Friction Transition Velocity: Se utiliza en el modelo de fricción de Coulomb para el cálculo de las fuerzas de fricción en las zonas de contacto. ADAMS/Solver se encarga de hacer la transición del coeficiente de fricción estático a dinámico cuando la velocidad de deslizamiento tiende a aumentar en la zona de contacto. Cuando la velocidad de deslizamiento es igual al valor especificado en el parámetro Friction Transition Velocity, el coeficiente efectivo de fricción se establece en el parámetro $\mu_{dinámico}$.

Un valor pequeño de Friction Transition Velocity causa dificultades en el programa a la hora de integrar. Se debe especificar este valor como:

$$Friction\ Transition\ Velocity > 5 \cdot Error$$

Donde el Error es el error de integración utilizado para la solución. Su valor por defecto es de 1m/s. El rango de dicho valor debe estar entre: $Friction\ Transition\ Velocity \geq Stiction\ Transition\ Velocity > 0$.
Cogeremos $10^{-4} m/s$.

Definidos estos cuatro parámetros, se puede establecer ya el coeficiente de rozamiento como una función de la velocidad de deslizamiento, de forma que la fuerza de rozamiento se calcule siempre con la expresión:

$$F = \mu \cdot N$$

La función se muestra en la gráfica de la figura 3.1.2-1:

Coeficiente de fricción vs. Velocidad de deslizamiento

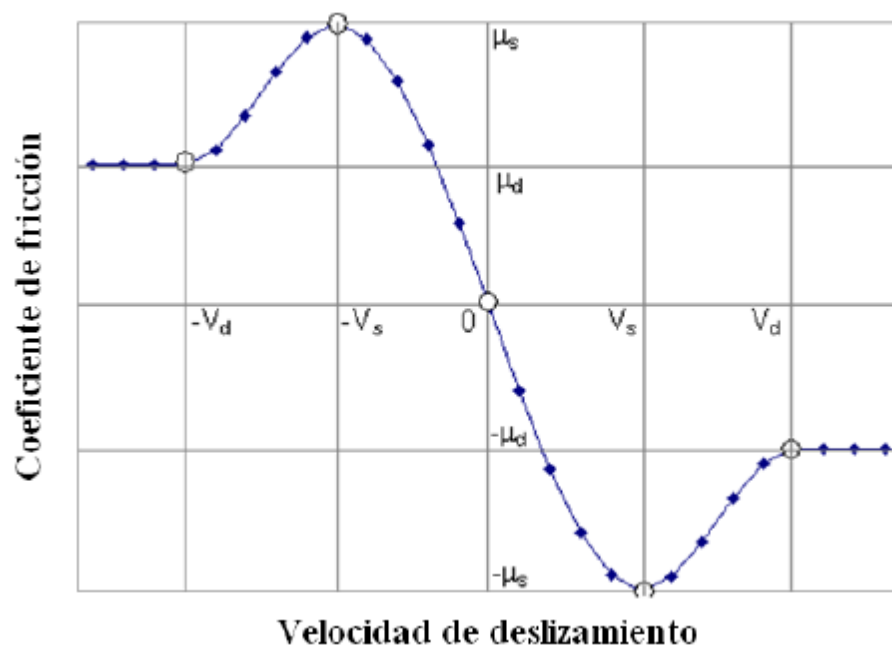


FIGURA 3.1.2-1. Coeficiente de fricción en función de la velocidad de deslizamiento.

Esto se explica más fácilmente con el ejemplo de un bloque de masa (m) que tiene una velocidad (v_0) y que sufre una fuerza de rozamiento (F_R) que lo frena:

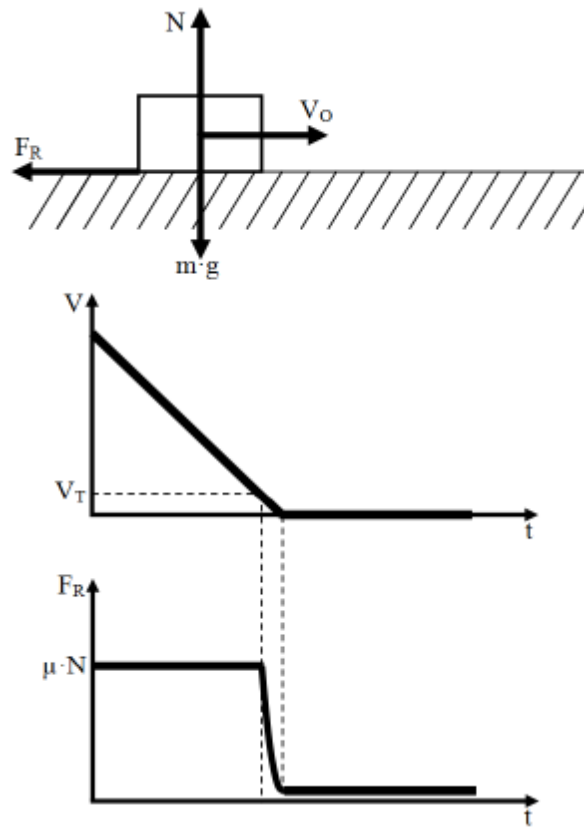


FIGURA 3.1.2-2. Caso del bloque.

Cuanto menor sea la velocidad de transición (v_T), la pendiente del paso de la fuerza de rozamiento dinámico a estático será más pronunciada como se puede observar en la figura.

3.2: Obtención de los resultados:

Escogemos el modelo de impacto porque es el más realista en este caso y metemos los datos en el programa para empezar a simular. Los valores introducidos son los que hemos visto en los manuales que son más adecuados para este caso, y que nombramos en el anterior apartado al hablar de cada variable del contacto:

Modify Contact	
Contact Name	CONTACT_1
Contact Type	Solid to Solid
I Solid	SOLID22
J Solid	BOX_47
<input checked="" type="checkbox"/> Force Display <input type="checkbox"/> Augmented Lagrangian	
Normal Force	Impact
Stiffness	1.0E+008
Force Exponent	2.2
Damping	1.0E+004
Penetration Depth	1.0E-004
Friction Force	Coulomb
Coulomb Friction	On
Static Coefficient	
Dynamic Coefficient	
Stiction Transition Vel.	1.0E-004
Friction Transition Vel.	1.0E-004
OK Apply Close	

FIGURA 3.1.2-3. Parámetros del contacto para el modelo de impacto.

Una vez que hemos introducido todos los parámetros del contacto, procedemos a efectuar las simulaciones sobre las que está trabajando el equipo de MAQLAB de la Universidad Carlos III.

Optaremos por emplear el modelo de impacto porque es el que mejor se ajusta a la realidad. Para empezar veremos cómo desliza el pie de apoyo para una velocidad angular $\omega = 3 \text{ rad/s}$ mientras variamos el coeficiente de rozamiento. En este caso, simplificaremos asumiendo que los coeficientes de rozamiento estático y dinámico son iguales ($\mu_e = \mu_d$).

A continuación aprovecharemos estas simulaciones que acabamos de hacer para ver el deslizamiento de ambos pies en la fase de apoyo doble.

Por último, veremos qué pasa cuando mantenemos fijo el valor del coeficiente de rozamiento estático μ_e y cambiamos el coeficiente de rozamiento dinámico μ_d . De esta forma podremos ver en qué momento actúa cada uno, y como desliza el robot en función de que actúe uno u otro.

Como el programa implementado en MATLAB considera que el deslizamiento se mide cuando el robot lleva ya muchos pasos y su velocidad es estacionaria, escogeremos los datos de la simulación cuando ya lleve muchos pasos el robot.

Además, la base de tiempo será el tiempo partido el periodo t/T . Lo hacemos así porque el deslizamiento varía según estemos en fase de apoyo doble o simple, y el momento en el que se pasa de uno a otro no varía para t/T , siempre que tomemos $t=0$ el momento en el que el pie de apoyo llega al suelo.

Por tanto antes de simular veremos en qué momento se pasa del apoyo doble al simple antes de hacer las simulaciones. Para ello mediremos la altura de los pies en ADAMS y así veremos cuándo el pie de apoyo se posa y cuando el pie que está detrás se levanta para dar el paso. Las gráficas se observan en las figuras 3.2-1 y 3.2-2:

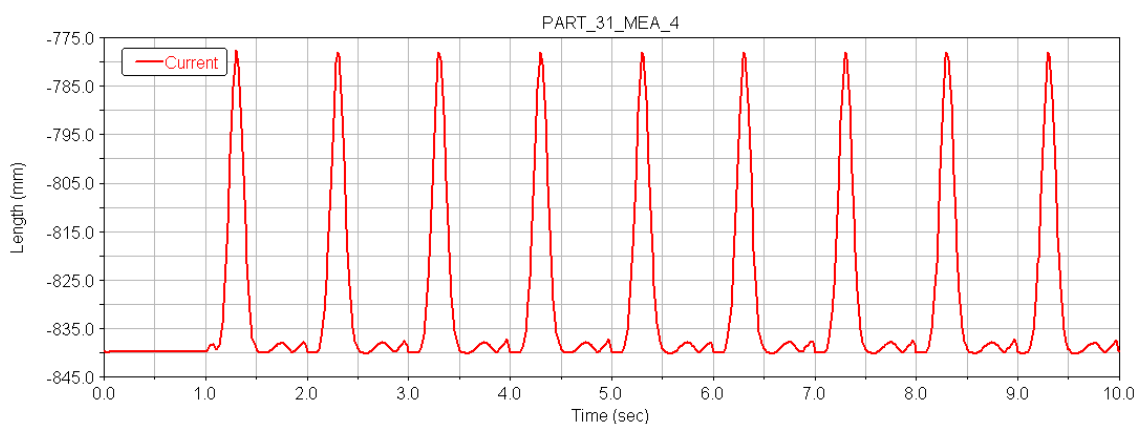


FIGURA 3.2-1. Altura del pie de atrás durante toda la simulación para un coeficiente de adherencia de 0.03.

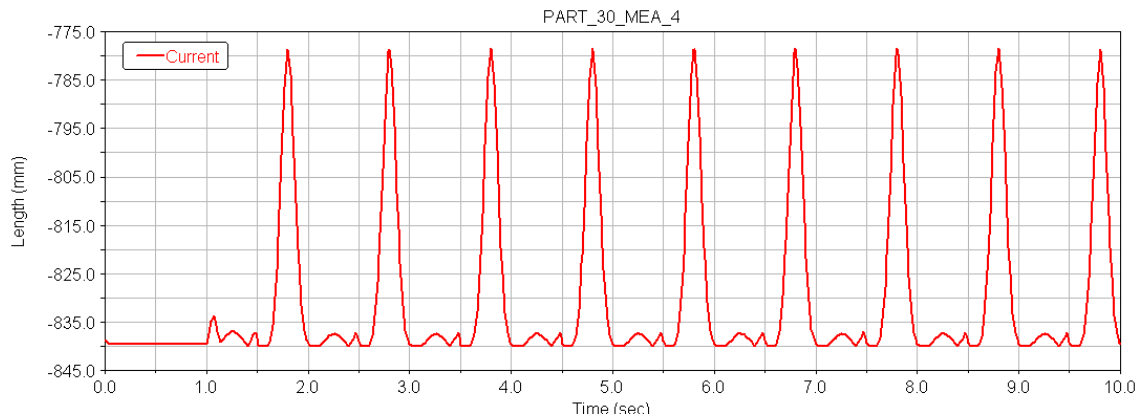


FIGURA 3.2-2. Altura del pie de delante durante toda la simulación para un coeficiente de adherencia de 0.03.

Las crestas que se ven en las gráficas se deben a que el movimiento del pie que va volando produce que el pie de apoyo pivote en el suelo. El hecho de que ADAMS considere que el pie penetre en el suelo no tiene mucha incidencia en ese movimiento vertical porque el valor introducido es muy pequeño (Penetration Depth=0.0001 mm):



FIGURA 3.2-3. Pie de apoyo pivotando.

Estudiando la gráfica 3.2-1 con detenimiento se observa que el pie de apoyo se mantiene en el suelo desde que el tiempo partido el periodo $t/T=0$ hasta que

$t/T=1.205$. También hay que mencionar que al ser la velocidad angular igual a 3 rad/s, el periodo para 2 pasos es de 1.09s, y el periodo que utilizamos para esta gráfica es el de 1 paso que es $T=0.545s$. Asimismo se observa en la gráfica 3.2-2 que el pie se levanta para un valor de $t/T=0.205$ y que no vuelve al suelo hasta $t/T=1$. El intervalo $1 \leq \frac{t}{T} < 1.205$ no deja de ser lo mismo que el intervalo $0 \leq \frac{t}{T} < 0.205$ del siguiente paso, pero lo ponemos para que se vea más claramente como es el ciclo que repite el robot al caminar. Por tanto:

$$\begin{cases} 0 \leq \frac{t}{T} < 0.205 & : \text{ los dos pies apoyados} \\ 0.205 \leq \frac{t}{T} < 1 & : \text{ sólo un pie apoyado} \\ 1 \leq \frac{t}{T} < 1.205 & : \text{ los dos pies apoyados} \end{cases}$$

Así pues, la fase de apoyo simple supone un 79.5% del periodo total, y la de apoyo doble un 20.5%.

a) Deslizamiento del pie de apoyo:

Para empezar, fijaremos la velocidad angular en 3 rad/s e iremos viendo el deslizamiento que se produce para los coeficientes de adherencia iguales a 0.03, 0.04, 0.06 y 0.08. En todos los casos no se hace distinción entre coeficientes de adherencia estáticos y dinámicos, sino que siempre tienen el mismo valor. También se ha tomado como positivo el deslizamiento hacia atrás y negativo hacia delante. Se presentarán así todos los resultados del trabajo porque ese es el criterio adoptado en el artículo [2] disponible en el anexo. Además, al medir la posición del pie de apoyo se tomará como valor nulo la posición del pie al llegar al suelo tras dar el paso. Al medir el deslizamiento en fase simple se tomará como valor nulo la posición del pie de apoyo al despegarse el pie móvil del suelo para $t/T=0.205$.

Los resultados para valores de μ bajos se exponen en la gráfica 3.2-4, que se desdobra en las gráficas 3.2-5 y 3.2-7 para las fases de apoyo doble y simple respectivamente:

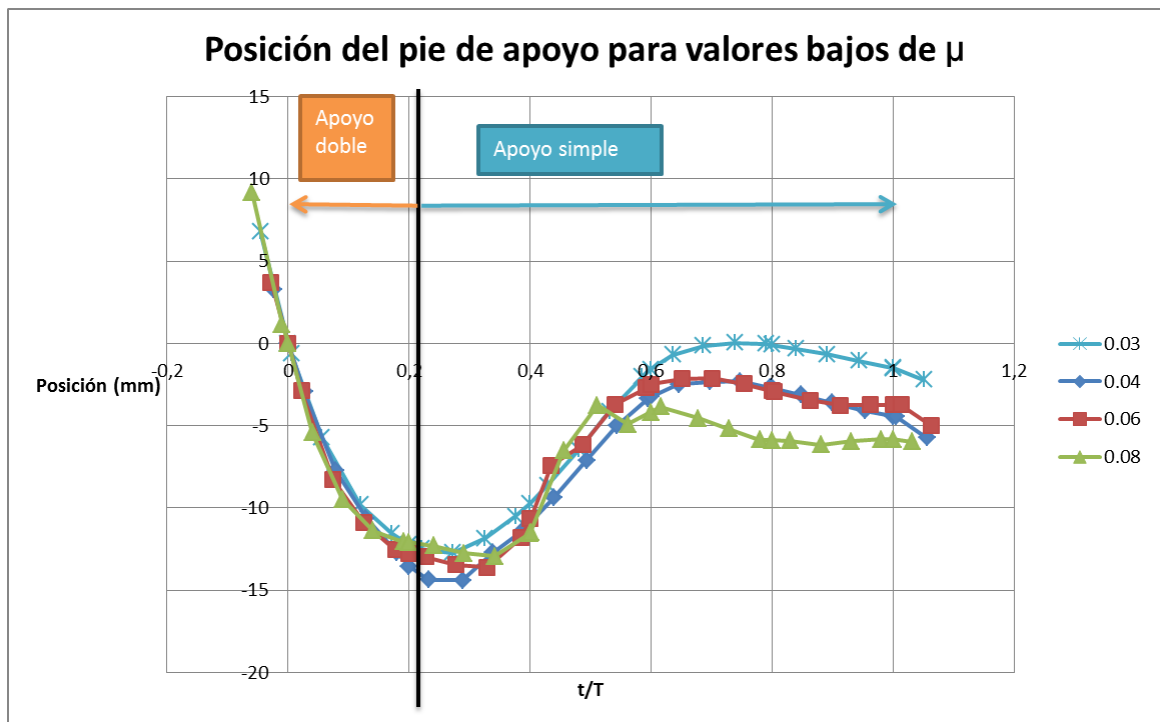


Figura 3.2-4: Posición del pie de apoyo para distintos valores de μ para una velocidad de 3 rad/s.

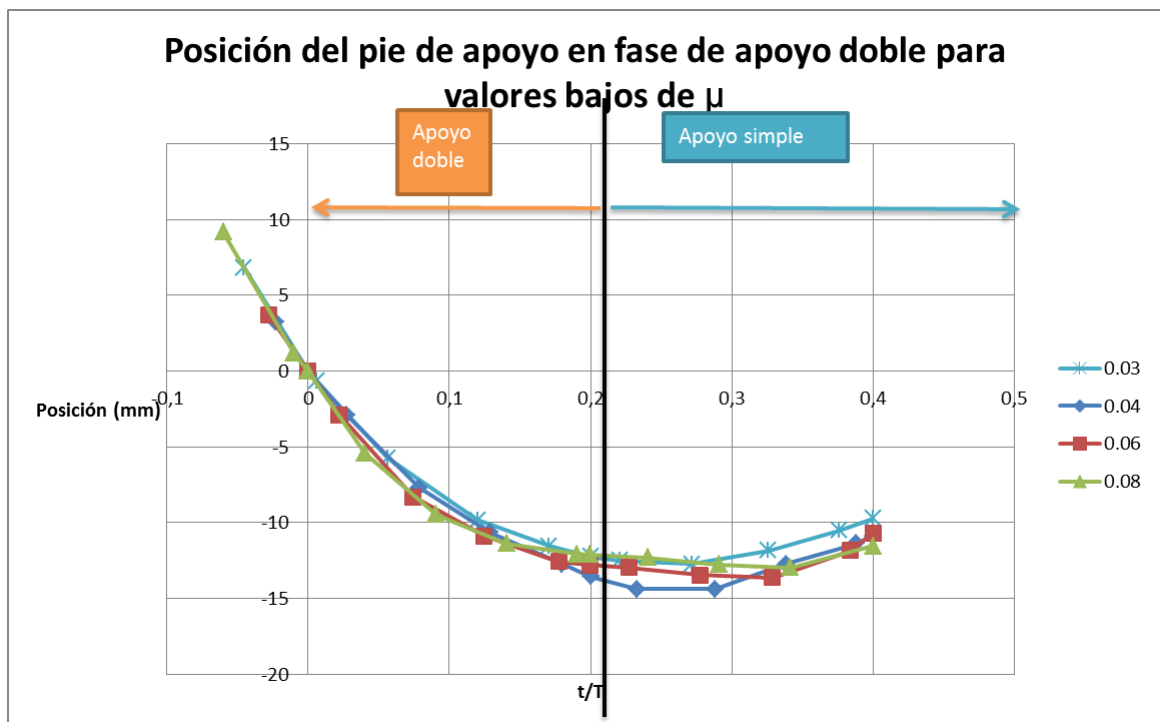


Figura 3.2-5: Posición del pie de apoyo para distintos valores de μ para una velocidad de 3 rad/s en fase de apoyo doble.

Se observa en la gráfica que en la fase de apoyo doble el PASIBOT desliza hacia delante (valores negativos en la gráfica). Esto se debe a que la inercia que empuja al robot hacia delante vence al motor que tira del pie de apoyo hacia atrás. Además, hasta $t/T=0.15$ todos deslizan prácticamente igual con ligeras diferencias.

Sin embargo, al aproximarse a $t/T=0.2$ se observa dos comportamientos. Para valores muy bajos de $\mu=0.03$ y $\mu=0.04$, el pie de apoyo pasa de deslizar hacia atrás a hacerlo hacia delante casi instantáneamente. Además desliza más para $\mu=0.04$ que para $\mu=0.03$, lo que en principio no tiene mucho sentido. Veremos después, cuando estudiemos el comportamiento de ambos pies en fase de apoyo doble, por qué se da este comportamiento.

Por otro lado, para valores mayores, de $\mu=0.06$ y $\mu=0.08$, se observa que deslizan de la misma manera en la fase de apoyo doble. También ambos presentan una zona de deslizamiento prácticamente nulo en torno a $t/T=0.2$. Este fenómeno se debe a que a mayor coeficiente de rozamiento estático, mayor fuerza hay que ejercer para que comience a deslizar el pie. Como hemos explicado en la introducción teórica, ADAMS no considera que para que comience el deslizamiento la fuerza debe superar el valor de $F=\mu_e \cdot N$ como ocurre en la realidad, sino que hace una aproximación en la que el valor de μ_e varía de 0 hasta el valor que le hallamos introducido que alcanzará para la velocidad de transición (ver figura 3.2-6). Por ello la zona que hemos llamado de deslizamiento nulo tiene un deslizamiento muy bajo, inferior al milímetro. Estudiaremos la aparición de esta zona al ver el deslizamiento de ambos pies en fase de apoyo doble.

Coeficiente de fricción vs. Velocidad de deslizamiento

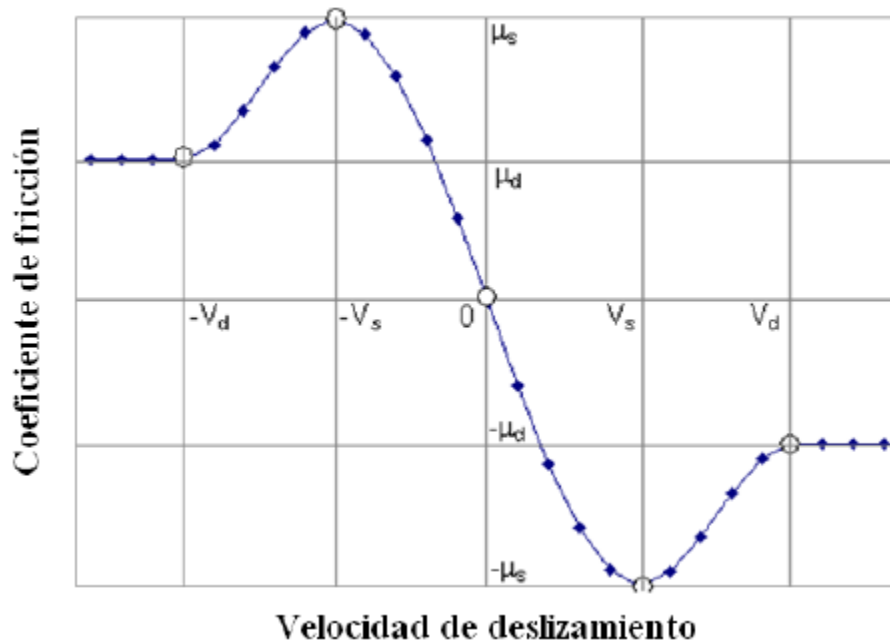


FIGURA 3.2-6. Coeficiente de fricción en función de la velocidad de deslizamiento.

Para observar lo que ocurre en la fase de apoyo simple con mayor claridad damos valor nulo al deslizamiento para $t/T=0.2$:

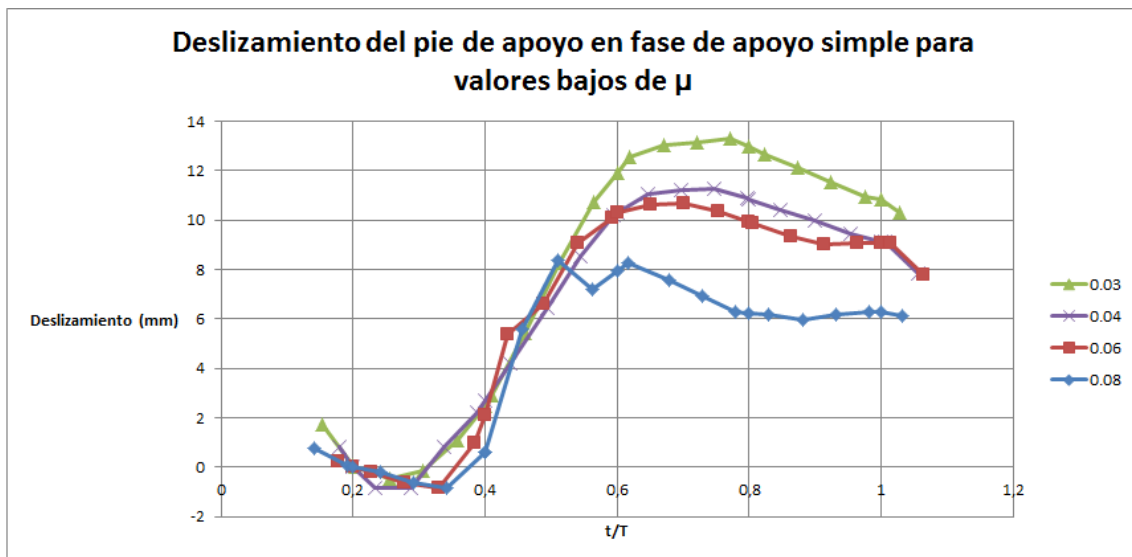


Figura 3.2-7: Deslizamiento para distintos valores de μ para una velocidad de 3 rad/s.

Por un lado se aprecia que, por las razones que hemos explicado antes, la zona de deslizamiento nulo en torno a $t/T=0.2$ se hace mayor conforme aumenta

el coeficiente de rozamiento. En el resto de la gráfica lógicamente cuanto mayor μ , menor deslizamiento. No obstante, para $\mu=0.08$ se ve la aparición de las dos fases de deslizamiento que predecían los artículos del equipo MAQLAB, y sobre los que se han llevado a cabo algunos de los proyectos que sirven de bibliografía a este trabajo. Esta aparición de las dos fases de deslizamiento se empieza a ver para $\mu=0.06$, y se ve claramente para $\mu=0.08$ como el deslizamiento empieza a ser más rápido y empieza a surgir el escalón. Este hecho de que para $\mu=0.06$ y 0.08 la pendiente de deslizamiento sea mayor que para $\mu=0.03$ y 0.04 en principio puede hacer pensar que los resultados están mal. Sin embargo, este fenómeno se explica viendo que para $\mu=0.06$ y 0.08 la fase de deslizamiento nulo hace que el robot pase a deslizar hacia atrás (positivo) más tarde. Al deslizar más tarde, las fuerzas que empujan al pie son mayores y por tanto la velocidad de deslizamiento (pendiente de la gráfica) será mayor.

Podemos hacer lo mismo para valores mayores de μ empezando por ver el comportamiento en conjunto:

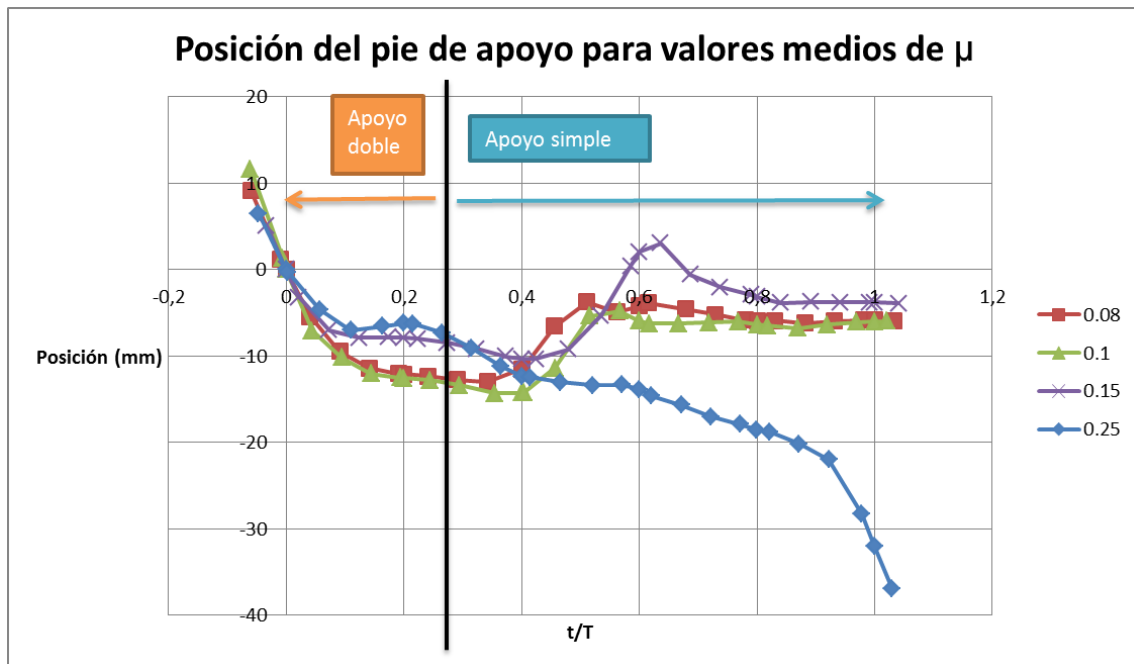


Figura 3.2-8: Posición del pie de apoyo para distintos valores de μ para una velocidad de 3 rad/s.

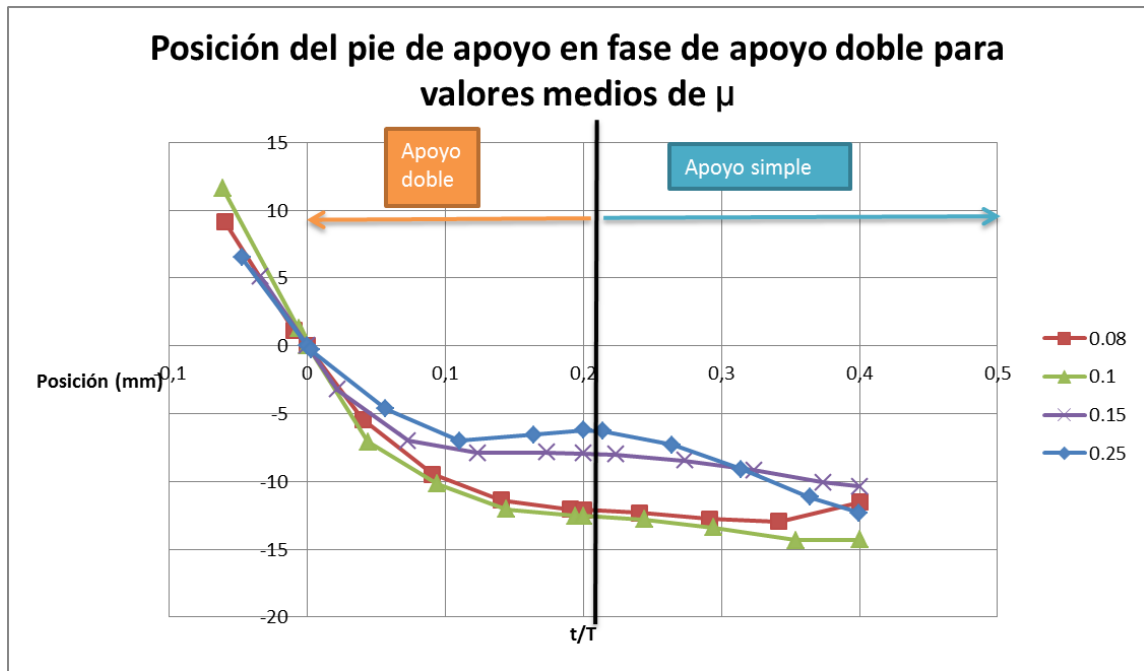


Figura 3.2-9: Posición del pie de apoyo en fase de apoyo doble para distintos valores de μ para una velocidad de 3 rad/s.

Se vuelve a ver que para la fase de apoyo doble, el pie de apoyo desliza para delante y que incluso conforme aumentamos μ , la fase sin deslizamiento se hace mayor, empezando antes y terminando después. Era previsible que ocurriera esto porque a mayor μ_e , mayor fuerza hay que emplear para que el pie comience a deslizar.

Ahora vemos el deslizamiento en la fase de apoyo simple:

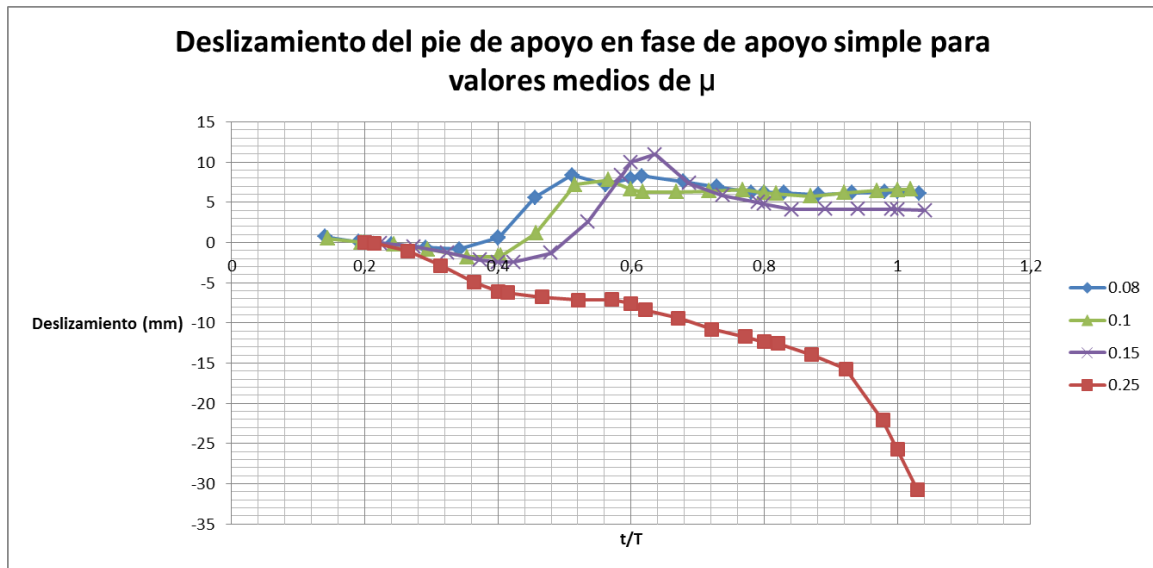


Figura 3.2-10: Deslizamiento para distintos valores de μ para una velocidad de 3 rad/s.

Se observa que se mantiene el comportamiento que se daba para valores más bajos de μ hasta $\mu=0.15$. Para $\mu=0.25$ se observa que el pie no desliza hacia atrás (positivo) porque no se ejerce la fuerza necesaria para vencer $F=\mu_e \cdot N$. Este comportamiento lo veremos también para valores superiores de μ :

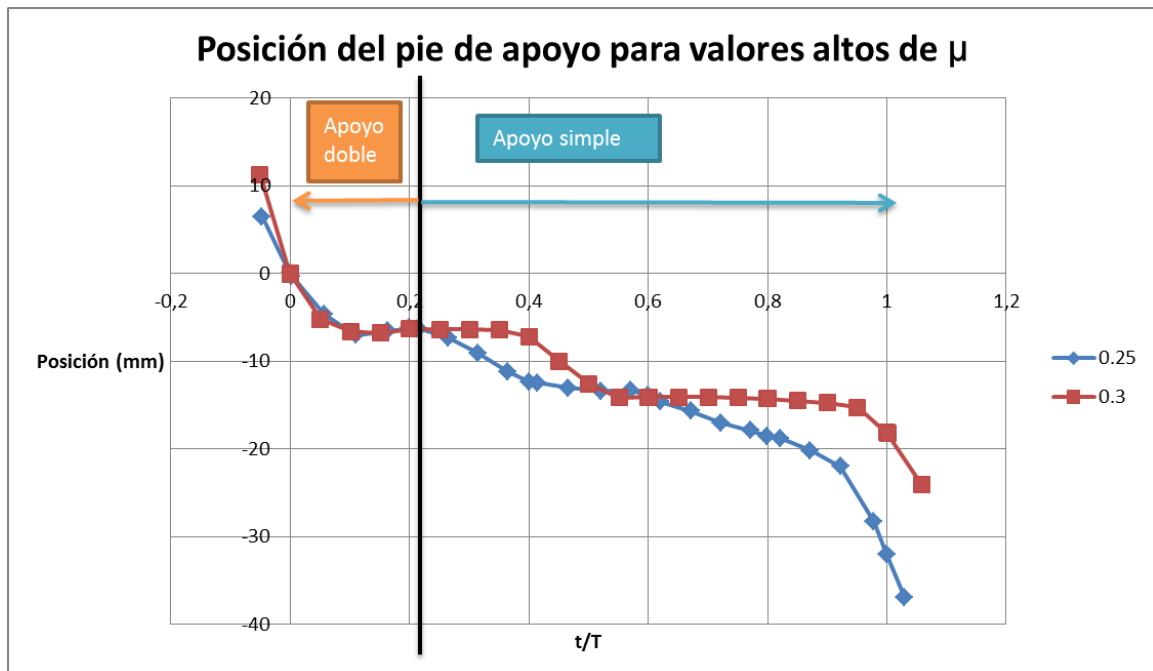


Figura 3.2-11: Posición para distintos valores de μ para una velocidad de 3 rad/s.

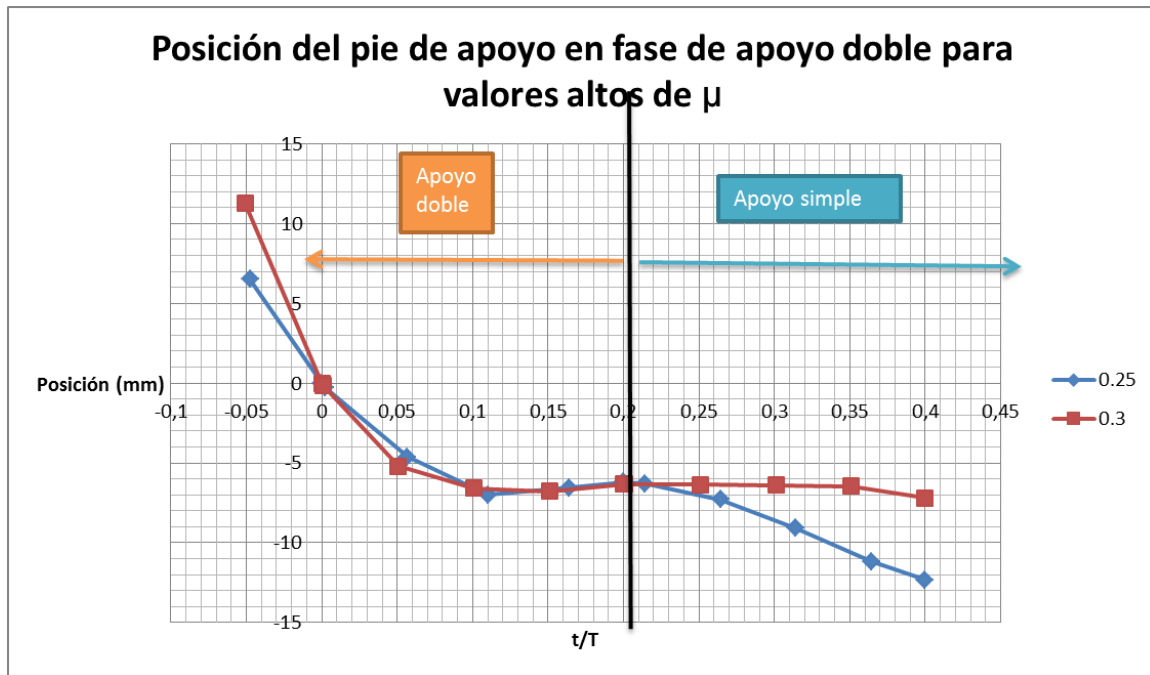


Figura 3.2-11: Posición del pie de apoyo en fase de apoyo doble para distintos valores de μ para una velocidad de 3 rad/s.

El comportamiento es muy similar para ambos valores de μ . Si acaso, cabe destacar que para $\mu=0,3$, la fase de deslizamiento nulo se prolonga más en el tiempo, ya en la zona de apoyo simple.

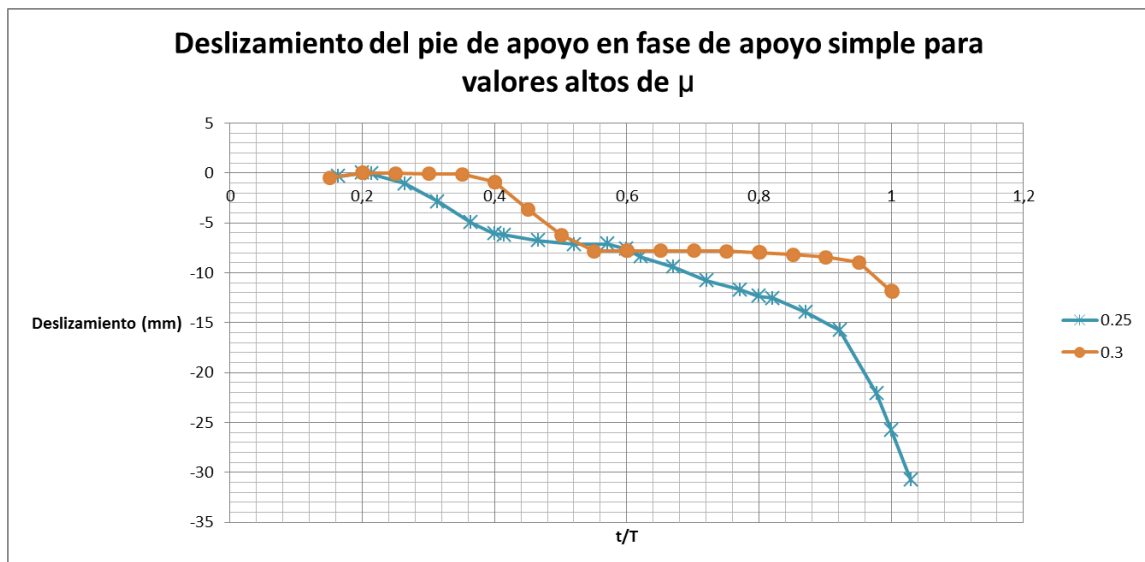


Figura 3.2-12: Deslizamiento para distintos valores de μ para una velocidad de 3 rad/s.

En esta gráfica vemos que para $\mu=0,3$ aumenta la zona de deslizamiento nulo debido al mayor coeficiente de rozamiento. Además desliza en torno a $t/T=0,4$

cuando para $\mu=0.25$ no desliza en esta zona. Esto se debe a que al ser la posición del pie diferente, están sometidos a diferentes fuerzas para estos dos coeficientes. Asimismo, entre $0.6 < t/T < 1$ para $\mu=0.25$ desliza y para $\mu=0.3$ no desliza, lo que también se explica por el distinto coeficiente de rozamiento.

b) Deslizamiento de ambos pies en fase de apoyo doble:

Incluso en la fase de apoyo doble existe un movimiento relativo entre ambos pies. Por pequeño que éste sea, conduce al deslizamiento de uno o ambos pies sobre el suelo. En el artículo [2] incluido en el anexo se predice que el movimiento relativo entre ambos pies dependerá del coeficiente de rozamiento y constará de tres fases:

- a) El pie trasero no desliza pero el delantero sí (altos coeficientes de adherencia)
- b) Ambos pies deslizan (bajos coeficientes de adherencia)
- c) El pie trasero desliza pero el delantero no (altos coeficientes de adherencia)

Puesto que la carga va transmitiéndose del pie que ya está en apoyo (pie de atrás) hacia el pie que entra en contacto (pie de delante), cabe pensar que empezará deslizando este último (fase “a”). Además, es lógico pensar que conforme aumentamos el coeficiente de rozamiento se favorezcan las fases en las que alguno de los dos pies no desliza.

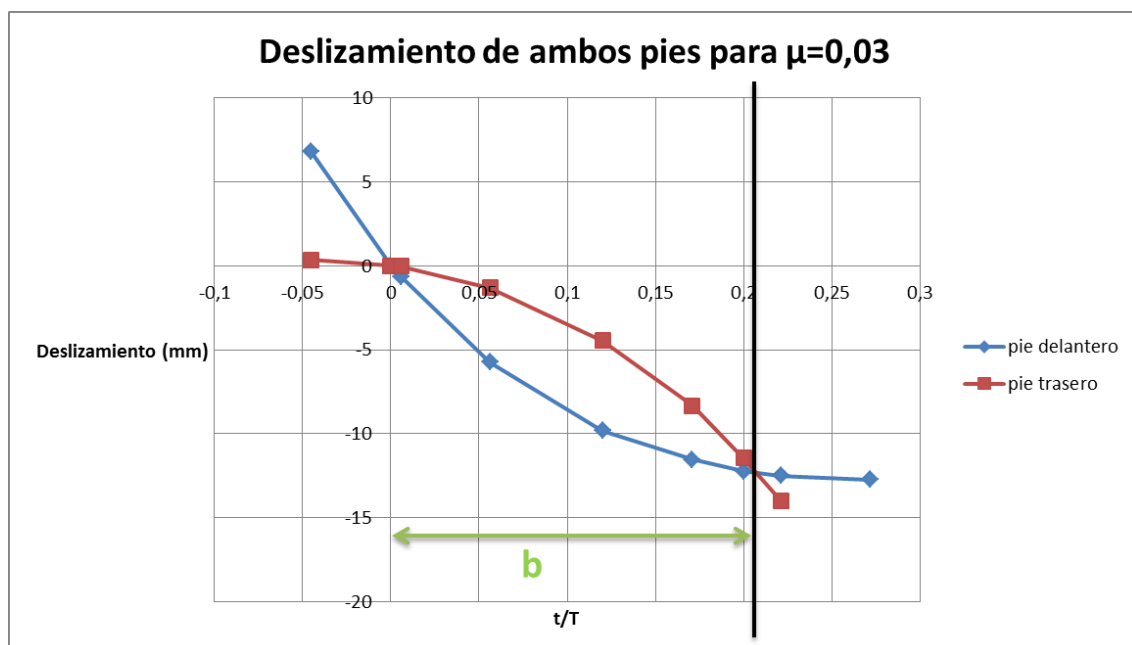


FIGURA 3.2-13. Deslizamiento en milímetros hacia adelante del pie de apoyo y móvil cuando ambos están en el suelo para un coeficiente de adherencia de 0.03.

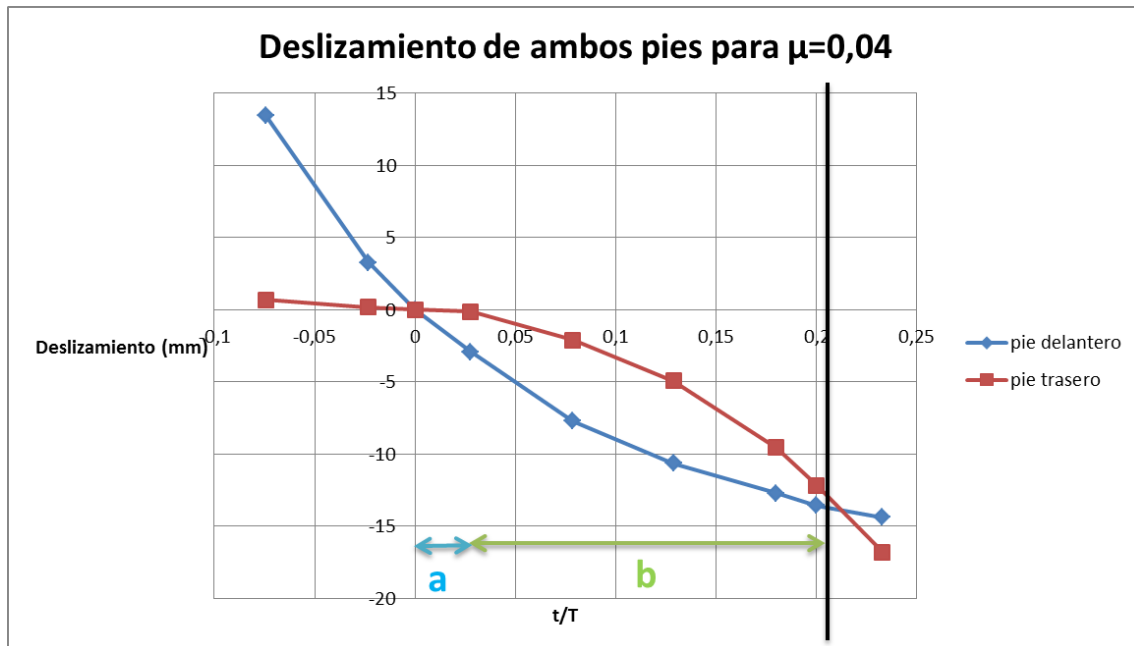


FIGURA 3.2-14. Deslizamiento en milímetros hacia adelante del pie de apoyo y móvil cuando ambos están en el suelo para un coeficiente de adherencia de 0.04.

Vemos en los dos casos precedentes que los dos pies deslizan hacia delante, siendo el pie delantero el que actúa como pie de apoyo en el resto del paso. También se observa que los dos pies están a la misma distancia en el momento justo antes y después de que uno de los pies se levante o llegue al suelo. Este es un comportamiento que se debe a la propia construcción del robot y que se repetirá para todos los valores de μ .

Por otro lado, que para $\mu=0.04$ el pie delantero (de apoyo) deslice más que para $\mu=0.03$ se debe a la aparición de la fase “a” para $\mu=0.04$.

Por lo demás, se cumple lo que se preveía de que para valores bajos de μ predomina la fase “b”.

Haciendo lo mismo para todos los valores de μ se puede ver como cada fase entra en juego:

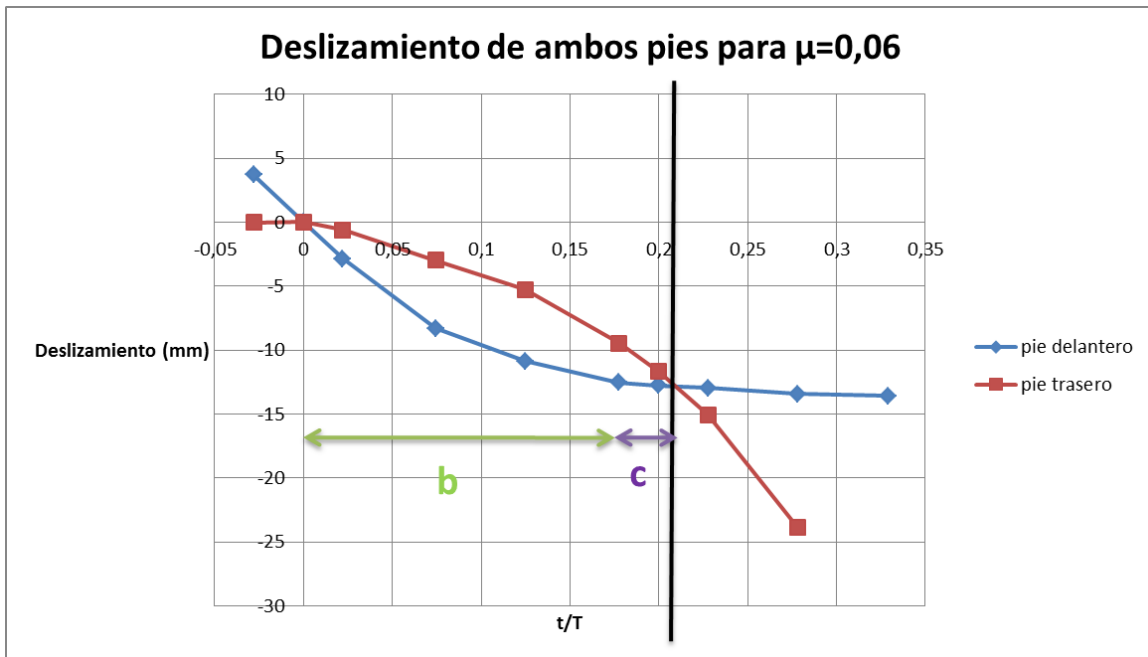


FIGURA 3.2-15. Deslizamiento de ambos pies para un coeficiente de adherencia de 0.06.

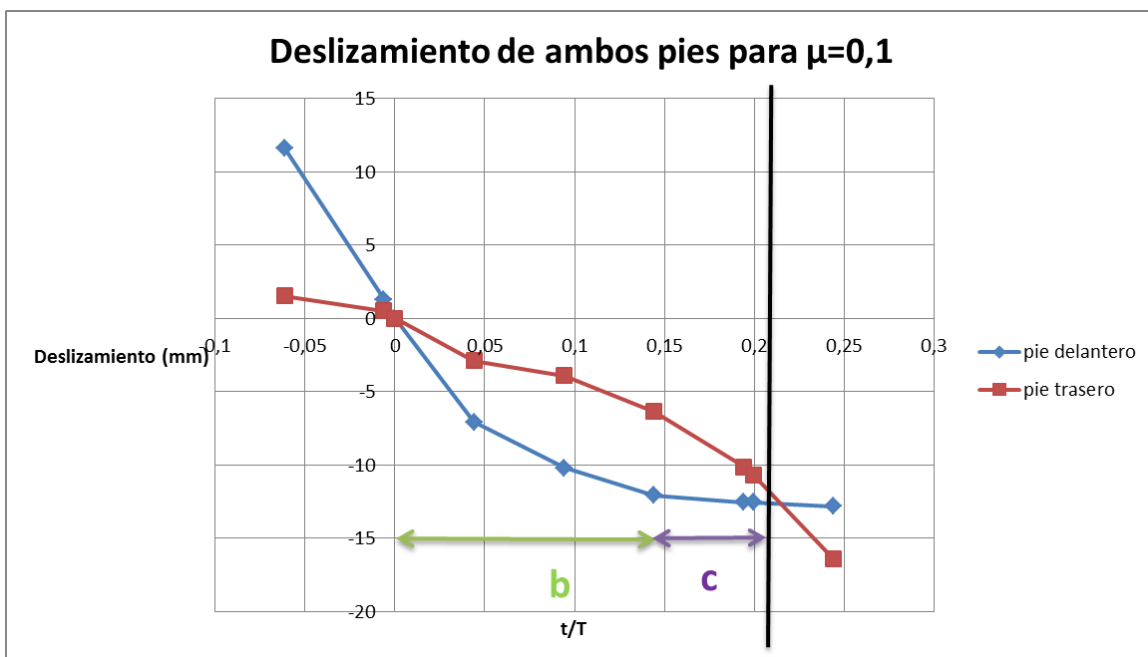


FIGURA 3.2-16. Deslizamiento de ambos pies para un coeficiente de adherencia de 0.1.

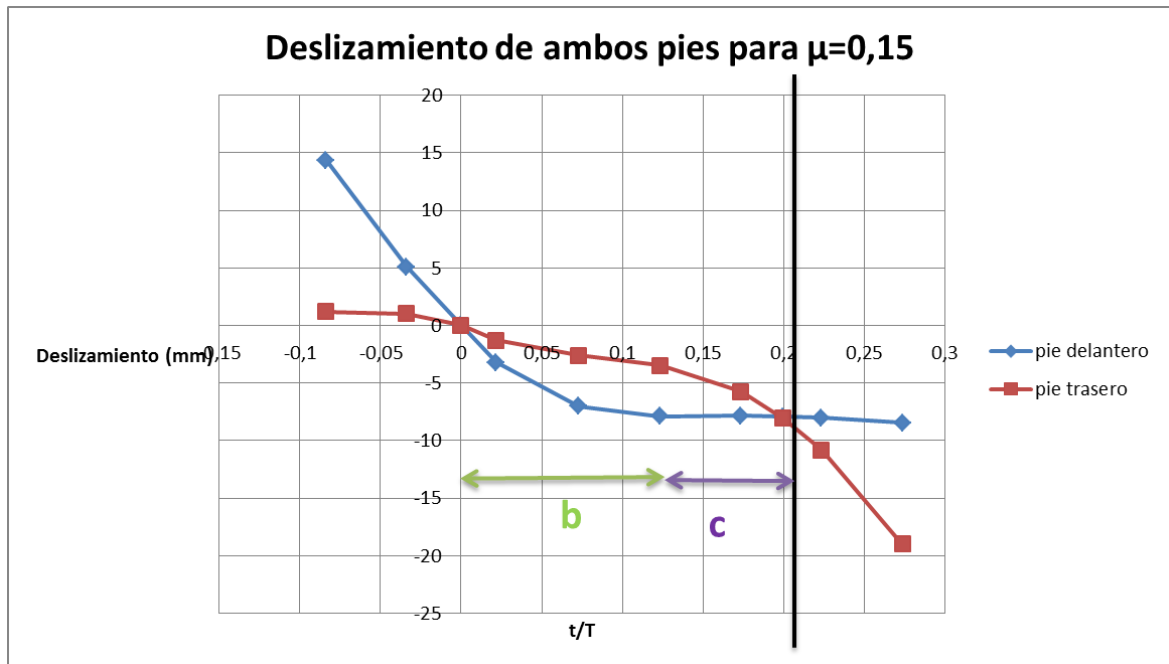


FIGURA 3.2-17. Deslizamiento de ambos pies para un coeficiente de adherencia de 0.15.

Hemos visto como poco a poco, entre $\mu=0.06$ y $\mu=0.15$ ha ido apareciendo la fase “c”. Además, a la vez el deslizamiento de ambos pies se ha ido haciendo cada vez más pequeño. Este hecho no es sólo debido a la aparición de la fase “c”, sino que en la “b” también el deslizamiento es mucho menos pronunciado también por el aumento de μ . Además la aparición de la fase “c” a partir de $\mu=0.06$ ha conllevado la desaparición de la fase “a” que se empezaba a vislumbrar para $\mu=0.04$.

A continuación se muestran las gráficas para valores de $\mu=0.25$ y $\mu=0.3$:

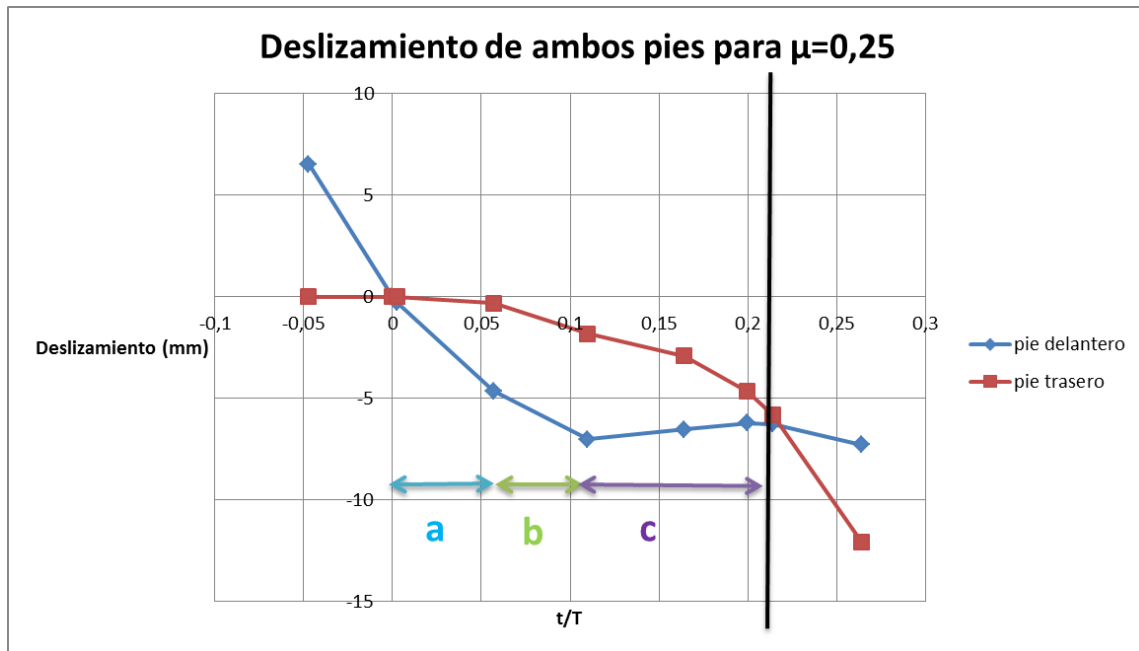


FIGURA 3.2-18. Deslizamiento de ambos pies para un coeficiente de adherencia de 0.25.

Se observa que para $\mu=0.25$ reaparece la fase “a” y ya se observan las tres fases que predice el artículo.

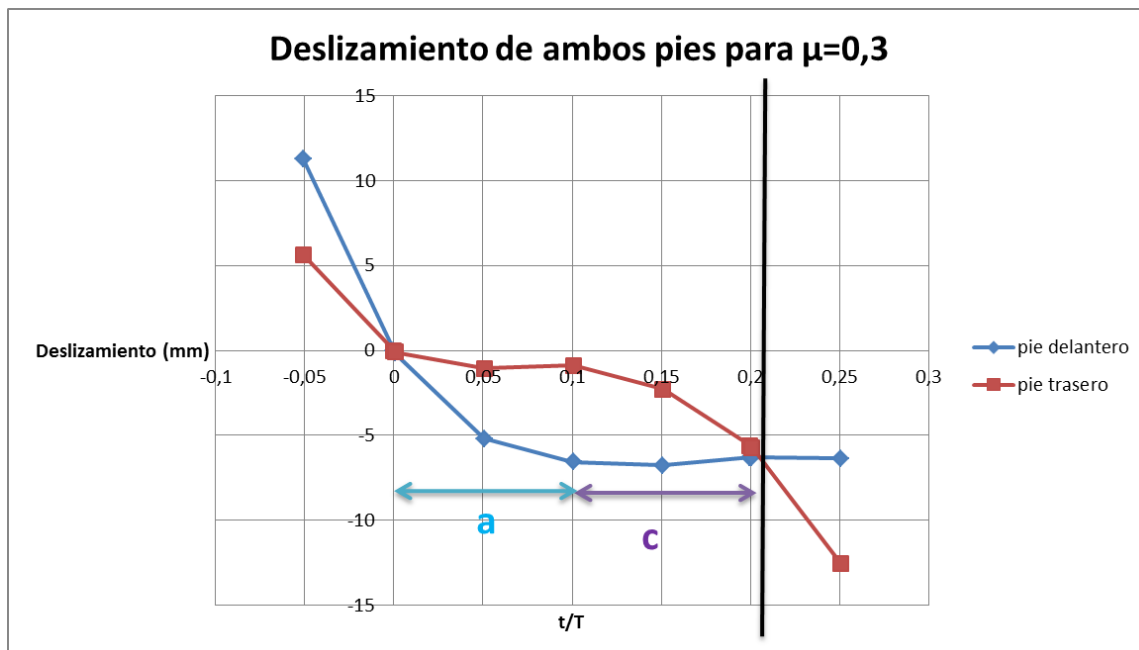


FIGURA 3.2-19. Deslizamiento de ambos pies para un coeficiente de adherencia de 0.3.

Para $\mu=0.3$ vemos la desaparición de la fase “b” y que sólo permanecen la “a” y la “c”.

c) Deslizamiento con $\mu_e=0.25$ y variando μ_d :

A continuación veremos qué ocurre cuando mantenemos el coeficiente de rozamiento estático y variamos el dinámico:

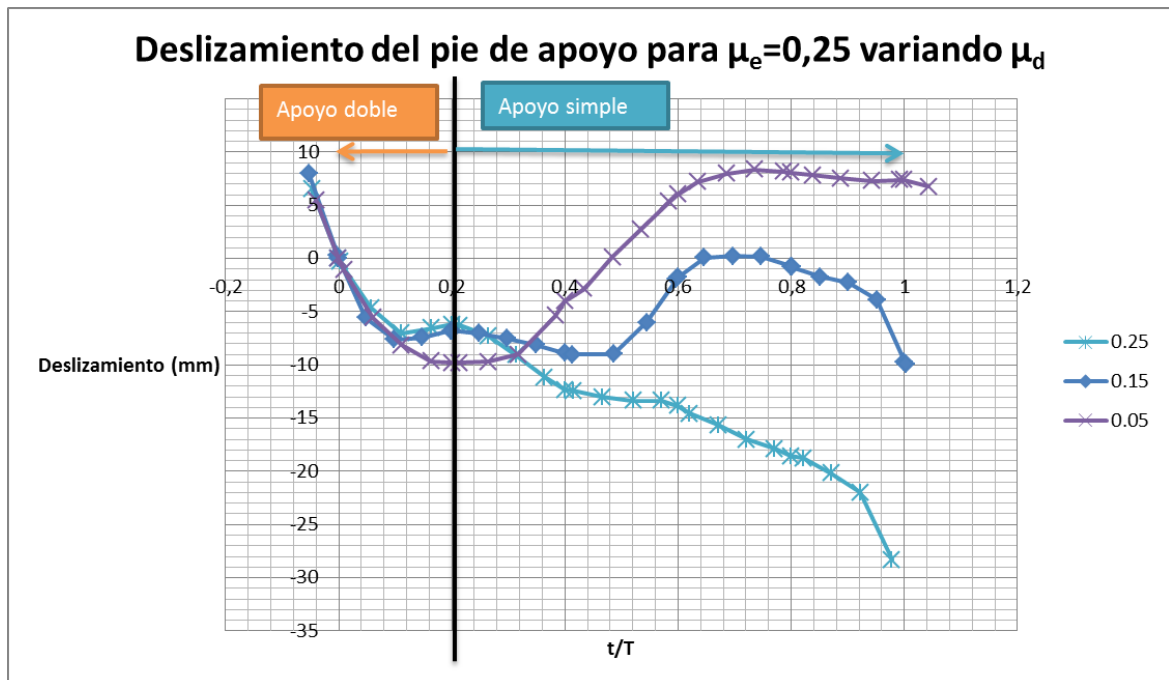


FIGURA 3.2-20. Deslizamiento del pie de apoyo para $\mu_e=0.25$ variando μ_d .

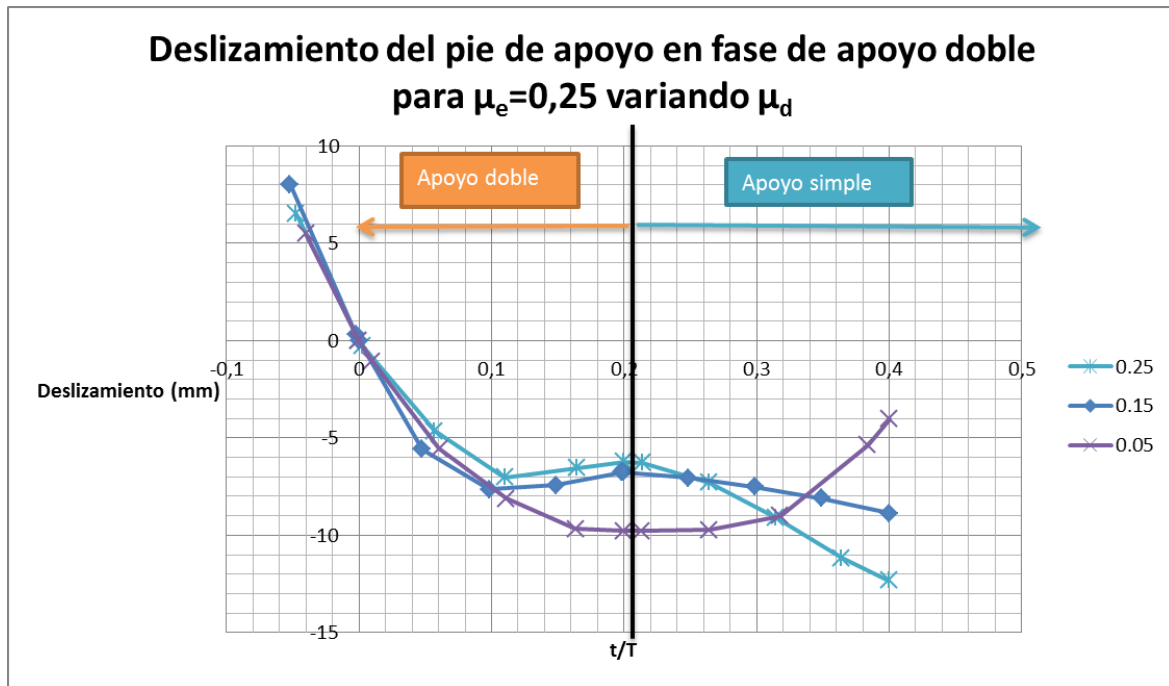


FIGURA 3.2-21. Deslizamiento del pie de apoyo en fase de apoyo doble para $\mu_e=0,25$ variando μ_d .

Mirando la gráfica 3.2-21 observamos que, como cabría esperar, al tener distintos μ_d las pendientes de las curvas son diferentes. Para mayor μ_d , mayor deslizamiento y más pronunciada es la pendiente. El valor de μ_d también determina cuándo aparece la fase de deslizamiento nulo porque a mayor μ_d , más va frenando el suelo el deslizamiento y antes entra en juego el coeficiente de rozamiento estático. No obstante, siempre hay una zona de deslizamiento nulo porque ésta sólo depende del valor de μ_e .

Mirando la fase de apoyo simple:

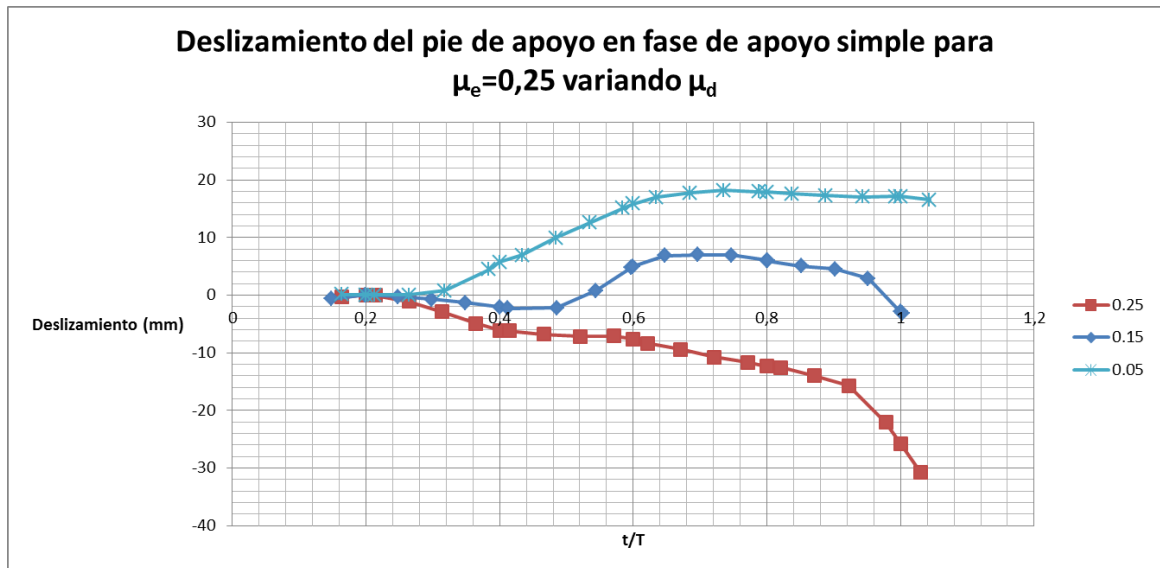


FIGURA 3.2-22. Deslizamiento del pie de apoyo en fase de apoyo simple para $\mu_e=0.2$ variando μ_d .

En la figura 3.2-22 vemos que un menor coeficiente de rozamiento favorece el deslizamiento hacia atrás (positivo), mientras que uno mayor favorece el deslizamiento hacia delante (negativo). También vemos que el valor de μ_d influye en el fin de la fase de deslizamiento nulo, pues a mayor μ_d más se prolonga esta fase.

Conclusiones:

El presente proyecto nos lleva a las siguientes conclusiones:

- Se ha conseguido construir un modelo en ADAMS que represente fielmente el fenómeno del deslizamiento y que nos ayude a prever que ocurrirá en la realidad. El principal error que puede conllevar la utilización de este modelo es cuando se está en torno a la velocidad en que se pasa de coeficiente estático a dinámico y viceversa, pues el programa tiene una forma de calcular en esa zona el coeficiente de rozamiento que se aleja un poco de lo que ocurre en la realidad. Asimismo el programa ADAMS tiene en cuenta efectos como la penetración en el suelo del pie que le dotan de mayor fiabilidad.
- Para el caso del deslizamiento del pie de apoyo en fase de apoyo simple con $\mu_e = \mu_d$, para valores bajos de μ el deslizamiento es hacia atrás (positivo) y conforme aumenta μ aparece el escalón que divide en dos fases el deslizamiento. Si aumentamos más μ el resultado es que el robot deja de deslizarse hacia atrás (positivo) para hacerlo hacia delante (negativo) y en mayor medida conforme aumentamos μ . Además en torno a $t/T=0.6$, donde antes aparecía el escalón de las 2 fases para valores bajos de μ , ahora también se aprecia que a partir de ese punto el deslizamiento es más pronunciado debido a que el pie que va volando se coloca delante del centro de masas del robot y tira del mismo hacia delante.
- Para el caso del deslizamiento del pie de apoyo en fase de apoyo doble con $\mu_e = \mu_d$ la inercia del robot vence al motor y tira hacia delante del pie de apoyo en la fase de apoyo doble. Conforme nos vamos acercando a la fase de apoyo simple aparece el cambio de tendencia, pues a partir de $t/T=0.2$ el deslizamiento pasará a ser hacia atrás (positivo). Este cambio de tendencia se dará rápidamente para valores de μ bajos, haciendo que el deslizamiento del pie de apoyo entre $t/T=0$ y $t/T=0.2$ sea similar para todos estos valores. Pero conforme aumenta μ aparece una zona de deslizamiento nulo en torno a $t/T=0.2$, de forma que conforme aumenta μ el deslizamiento es menor. No obstante a partir de $\mu=0.2$ el deslizamiento se hace mayor conforme aumenta μ debido a la desaparición de la fase “c” de deslizamiento como corrobora la gráfica de apoyo doble. Conforme aparece también la fase “a”, el deslizamiento en fase de apoyo doble se vuelve a hacer pequeño y disminuye al aumentar μ .

- El estudio de las fases del apoyo doble ayuda a explicar alguno de los resultados anteriores. Además se pueden ver las tres etapas de deslizamiento aunque primero sólo aparece la “b”, luego sólo la “a” y la “b”, luego sólo la “b” y la “c”, y finalmente las tres. El artículo pronosticaba que para valores bajos del coeficiente de rozamiento predomina la “b” y para los altos la “a” y la “c”. Por tanto esto se cumple.
- Por último, el estudio del deslizamiento al dejar fijo μ_e y variar μ_d nos hace ver que la aparición de las fases de deslizamiento nulo tiene que ver mayoritariamente con el valor de μ_e como era de esperar. El valor de μ_d influye poco pero influye. Si μ_d es bajo, el pie cogerá más velocidad al deslizar y no aparecerá la fase de deslizamiento estático porque no se llegará a bajar a la velocidad de transición. Además un valor de μ_d alto puede alargar el final de la fase de deslizamiento nulo, o acortarla en caso de ser bajo.

Futuros trabajos:

A continuación se incluyen otras líneas de investigación sobre las que se puede trabajar para conocer aún mejor el comportamiento del robot PASIBOT mediante el programa ADAMS:

- Estudiar el deslizamiento usando el modelo de restitución y comparar los resultados con los obtenidos en este trabajo. Hay que tener en cuenta que el modelo de restitución no contempla el factor de amortiguamiento ni la rigidez que sí contempla el modelo de impacto. Pero por contra utiliza un coeficiente de restitución que cuantifica el comportamiento elástico o plástico del suelo, y utiliza un coeficiente de rigidez local en el contacto. Se puede hacer un estudio comparativo de las diferencias entre usar ambos modelos.
- Utilizando también el modelo de restitución, hacer un estudio crítico para ver cómo influye tomar distintos valores para el coeficiente de restitución y el coeficiente de rigidez local.
- Hacer un estudio más exhaustivo de cómo varían los resultados al dar valores distintos a los coeficientes de rozamiento estático y dinámico.
- Estudio del deslizamiento, de la velocidad y de la estabilidad del robot si camina por un plano inclinado, ya sea de subida o de bajada. Para ello habría que cambiar la dirección de la fuerza de gravedad.
- Estudiar cómo variaría el deslizamiento y la estabilidad en función del coeficiente de rozamiento y de la velocidad del motor.

Bibliografía:

- [1] "Kinematics and dynamics of the quasi-passive biped "PASIBOT"". Department of mechanical engineering. MAQLAB research group. Autores: Eduardo Corral, Jesús Meneses, Cristina Castejón, Higinio Rubio, Juan Carlos García-Prada.
- [2] "Forward and inverse dynamics of the biped "PASIBOT". A study of sliding between the supporting foot and the floor". Department of mechanical engineering. MAQLAB research group. Autores: Eduardo Corral, Jesús Meneses, Cristina Castejón, Higinio Rubio, Juan Carlos García-Prada.
- [3] "Contact mechanics in MSC Adams". Bachelor thesis. University of Twente. 11 de Julio de 2012. Autor: Jochem Giesbers.
- [4] "Modelado, simulación y análisis con MSC Adams. Aplicación a rodamientos con defectos en una pista de rodadura". Proyecto fin de carrera (PFC) en Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 5 de Septiembre de 2011. Autor: Alejandro Hernández Fraile.
- [5] "Análisis y simulación del robot bípedo PASIBOT". PFC en Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, Enero de 2011. Autor: José Manuel Jiménez Crespo.
- [6] "Estudio del deslizamiento del robot PASIBOT". PFC en Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, Mayo de 2011. Autor: David Martínez Alberto.
- [7] "Adams methodology. Contact modeling". Autor: Chris Verheul. Enlace: http://www.insumma.nl/wp-content/uploads/SayField_Verheul_ADAMS_Contacts.pdf
- [8] Manual Adams/Solver.
- [9] MSC Adams' student guide.
- [10] Manual MSC Adams View.
- [11] "Teoría y práctica industrial del rozamiento". Caubet, J.J.
- [12] "Tribology of plastic materials : their characteristics and applications to sliding components". Yamaguchi, Yukisaburo.
- [13] <http://robotica.blogspot.com.es/2007/10/historia-de-la-robotica.html>
- [14] <http://inteligencia-artificialrobotica.blogspot.com.es/p/historia-de-la-robotica.html>
- [15] <http://es.wikipedia.org/wiki/Robot>
- [16] <http://es.wikipedia.org/wiki/Rob%C3%B3tica>

- [17] [http://platea.pntic.mec.es/vgonzale/cyr_0708/archivos/_15/Tema 5.2.htm](http://platea.pntic.mec.es/vgonzale/cyr_0708/archivos/_15/Tema_5.2.htm)
- [18] <http://www.tiposde.org/general/460-tipos-de-robots/>
- [19] <http://www.mscsoftware.com/EMEA/about>
- [20] <http://es.wikipedia.org/wiki/Fricci%C3%B3n>
- [21] <http://profefelipe.mex.tl/imagesnew/4/6/9/5/1/TRIBOLOGIA.pdf>

Anexo:

Kinematics and Dynamics of the Quasi-Passive Biped “PASIBOT”

Jesús Meneses – Cristina Castejón* – Eduardo Corral – Higinio Rubio – Juan Carlos García-Prada
University Carlos III de Madrid, Department of Mechanical Engineering, MAQLAB group, Spain

A quasi-passive biped (having only one actuator) developed into a Spanish project called “PASIBOT” [1] is presented in this article. We focus on the PASIBOT’s topology, kinematics and dynamics, and we describe a program designed for carrying out the corresponding calculations. This code provides for all kinematic and dynamic data, as functions of time, along one step: position, velocity and acceleration of all members, as well as all the forces and torques on each of them, motor torque included. This latter information has helped us to choose the required motor, as this choice depends on some parameters of interest that can be modified in the program, like density or link dimensions. Also, we will be able to get strain-stress data in all links in the course of a step, and then optimize those dimensions. To finish, some results are also presented that confirm the interest of the developed code.

©2011 Journal of Mechanical Engineering. All rights reserved.

Keywords: mechanism analysis, quasi-passive biped, walking robots

0 INTRODUCTION

Currently, service robotics is one of the main research priority areas. The application of robots for service tasks (personal assistance, education, social tasks, etc.) makes its design very important. Current mobile robots are not adapted to be used in domestic environments due to their large volume and/or weight, and their lack of maneuverability in these complex scenes. The interest in the development of humanoid robotics (which perform the tasks commented before) is increasing and such robots are being developed by a great number of research groups in the entire world [2] and [3].

Nowadays, humanoid robots are formed by a high number of actuators, used to control the high degrees of freedom (DOF) they have [4]. On the other hand, one of the biggest drawbacks in humanoids is the weight and power consumption. In the majority of them, around 30% of the total weight is due to the actuators and wires, and more than 25% is due to the reduction systems coupled [5]. For this reason, this work focuses on the design of new mechanisms and kinematic chains which, maintaining the robot capabilities, require a smaller number of actuators. This would reduce the robot mass and hence, its power consumption and the total cost.

During the last few years, different research groups have developed robots based on passive walking techniques [6]. An example is the one meter length Robot *Ranger* of Cornell University [7] with three joints in each of its long legs. The robot can walk in a similar way to a human, by means of the balance and the dynamic of the natural swinging, in order to consume the minimum energy to walk. Robot *Toddler* from MIT University [8] is a small robot that only has a single passive pin joint at the hip, while the 3D movement is achieved by means of the feet surface design. *Toddler* is designed only to walk down a shallow slope. Robot *Denise* from Delft University [9] is a pneumatically powered walking robot with human configuration and five DOF, and the last robot of interest in the passive theory is the one developed in the Nagoya Institute of Technology [10] whose topology is similar to *Denise* Robot but it only presents two legs, and it includes a stability mechanism of fixed point [11].

In this article, a human size biped, called PASIBOT, with low DOF, which represents a qualitative improvement in the service robotic field, is presented. The innovative design has been carried out with the combination of classical mechanisms (Peaucellier, Watt, pantograph [12], etc.). This prototype is based on the one designed and built at the Laboratory of Robotics and Mechatronics in Cassino (LARM) [13] and

*Corr. Author’s Address: University Carlos III de Madrid, Department of Mechanical Engineering,
Avda. De la Universidad, 30, 28911 Leganés, Madrid, Spain, castejon@ing.uc3m.es

[14], following the philosophy of low cost [15]. A similar leg design has also been used in a four legs walking chair [16].

The proposed mechanism is an arrangement of links in the planar movement that has only one DOF. In this manuscript, the planar kinematics and dynamics analysis of PASIBOT is presented. The study is performed from a theoretical point of view, and aims at obtaining the linear and angular position coordinates, velocities and accelerations for all links, as well as all the forces and torques between links including motor torque, for any time in the course of one step. The expressions have been implemented in MATLAB® code, and the corresponding results have been used in the design and construction of a real prototype, and they are being used in movement control tasks.

In the section “topological description of PASIBOT”, the biped PASIBOT mechanism is described by defining its subassemblies and parts, and the nomenclature used; next, in the section “Kinematics of PASIBOT”, it is explained how to deduce the expressions for the angular and linear position, velocities and accelerations for all the links of the biped; then, in “Dynamics of PASIBOT”, the method of obtaining all the forces and torques on every link, at every time in the course of one step of PASIBOT is presented; in “Numerical results” a code designed to calculate the kinematical and dynamical values for different set of parameters (motor angular velocity, density, link dimensions, etc.), including the corresponding results is presented; and finally, the conclusions of this work are presented.

1 TOPOLOGICAL DESCRIPTION OF PASIBOT

The biped presented in this article (see Figs. 2 to 4), is a mechanism that can be divided into three essential subassemblies or “sub-mechanisms”, each of them having a particular function:

1. Quasi-straight line generator mechanism (Chebyshev);
2. Amplifier mechanism (pantograph);
3. Stability extension and foot (parallelogram extensions).

In Fig. 1, the coupling Chebyshev-pantograph mechanism is shown, together with

two trajectories tracked by the points of interest. Chebyshev mechanism transfers the motor rotational movement at its crank into a continuous cyclical trajectory, which is composed of a curved section and a quasi-straight one, at the end of its connecting rod (Fig. 1, point C). This point is then linked to a pantograph mechanism in such a way that its free end (Fig. 1, point E) executes a trajectory that is inverted and amplified with respect to that described above. The ratio of magnification of the pantograph depends on the dimension of its bars; for the design presented in this work, this ratio is two.

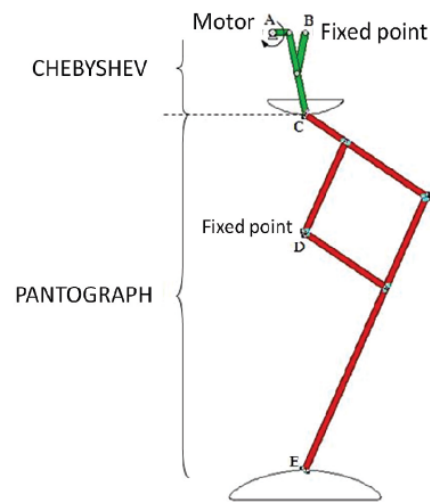


Fig. 1. Coupling Chebyshev-Pantograph mechanism with the corresponding trajectories of interest

The relative positions of points A, B and D in Fig. 1, are fixed at the member called “hip”, shown in Fig. 2. The hip also carries a slot (see Fig. 2) which is the base of the stabilization system: a set of links arranged in parallelograms with the two longest bars of the pantograph. This stability extension guarantees the parallelism between the supporting foot and the stabilizing bar, whose end slides along the slot at the hip. The first approach is to align the slot with the linear section of the Chebyshev trajectory, in such a way that the supporting foot remains also parallel to the slot.

To provide the opposite leg with the proper movement, the corresponding crank is phased out

π rad (see Fig. 2) in the same motor axis. In fact, both cranks take part of the same rigid element.

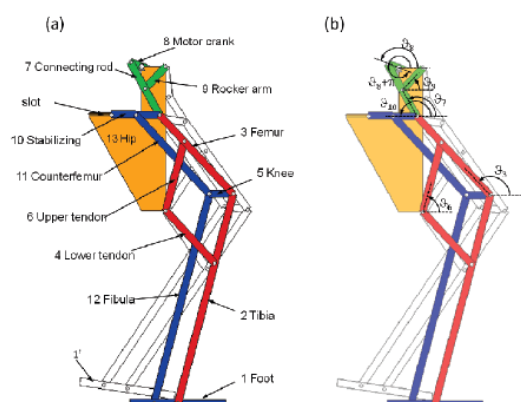


Fig. 2. Sub-mechanisms of PASIBOT; a) nomenclature and numeration for the supporting leg, b) angular positions for the links; the members of the opposite leg will be referred to using primes; Chebyshev sub-mechanism: links 7, 8 and 9; Pantograph sub-mechanism: links 2, 3, 4 and 6; Stability extension sub-mechanism: links 1, 5, 10, 11 and 12

As can be seen in Fig. 2, each link has been numerated and named, using prime (x') for the links belonging to the flying leg, to distinguish from those belonging to the supporting leg. Each leg has 12 links, but since the motor crank (link number 8) is shared with both legs (hence, there is no link number 8'), the number of links for PASIBOT, including the single hip (link number 13), is 24.

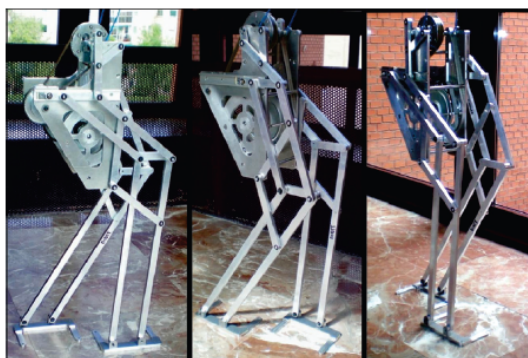


Fig. 3. Some photographs of PASIBOT while walking

Table 1. A list of symbols for a general link (number i) is presented

l_i	Length of the link i [mm]
ϑ_i	Angle between the link i and the hip (direction defined by points A-B in Fig. 1), also called ϑ_i^{hip} , when necessary [rad]
ϑ_i^{land}	Angle between the link i and the land (direction defined by the supporting foot) [rad]
ω_i	Rotational velocity of link [rad/s]
α_i	Rotational acceleration of link [rad/s ²]
m_i	Mass of the link i [kg]
I_i	Inertia Moment for the link i with respect to the axis perpendicular to the movement plane containing its centre of mass [kg mm ²]
r_{ij}	Position vector of the ij joint from the link i centre of mass [mm]
r_{ijx}	x-projection of the position vector [mm]
r_{ijy}	y-projection of the position vector [mm]
f_{ij}	Force exerted by the link i on the link j [N]
f_{ijx}	x-projection of the f_{ij} [N]
f_{ijy}	y-projection of the f_{ij} [N]

In Fig. 4, a sequence for one step of PASIBOT is presented, as simulated with a mechanical program. Note that one step corresponds to a half rotation (π rad) of the motor crank.

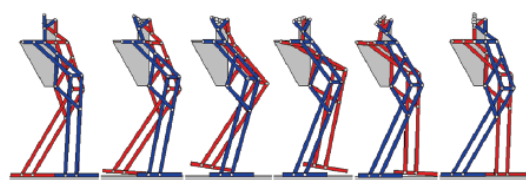


Fig. 4. A track for a PASIBOT gait along one step (from $\vartheta_8 = \pi$ to $3\pi/2$ rad)

2 KINEMATICS OF PASIBOT

The kinematical study presented here is related to one PASIBOT's step, having one of its feet (the supporting foot) always in contact with a horizontal surface (x axis). No relative motion between the supporting foot and the ground is considered, so this foot could be referred to as the ground element. Taking into this account, the PASIBOT is a planar mechanism with one DOF.

so the angular positions of any link can be referred to the angular position of the motor crank (θ_8):

$$\theta_i = \theta_i(\theta_8), i = 1, 2, \dots, 1', 2', \dots \quad (1)$$

Then, the x, y coordinates for its centre of mass, can be easily expressed with respect to that angle:

$$x_i = x_i(\theta_8); y_i = y_i(\theta_8), i = 1, 2, \dots, 1', 2', \dots \quad (2)$$

Furthermore, if the time dependent function for the motor crank angle is known, those coordinates can also be expressed as time dependent functions. The corresponding angular velocities and accelerations, as well as the centre of mass linear velocities and accelerations are obtained by taking the first and second derivatives of functions in Eqs. (1) and (2).

The biped kinematics is based on three close loop kinematic chains (one for each submechanism described above) which lead to the following three equations systems (the link lengths have been particularized for the designed PASIBOT, and normalized to the crank length, so that $l_8 = 1$, as the resulting angles are independent of the scale):

1. Chebyshev chain (formed by links number 7, 8, 9 and 13)

In a Chebyshev mechanism, the distance between motor crank and rocker arm fixed points (A and B in Fig. 1, respectively) is $2 l_8$, the rocker arm length is $2.5 l_8$, the connecting rod length is $5 l_8$, and the rocker arm and connecting rod are joined at the middle point of the latter. Taking into account these lengths, the Chebyshev close loop kinematic chain provides (see Fig. 5):

$$2.5e^{j\theta_7} - 2.5e^{j\theta_9} - e^{j\theta_8} + 2 = 0. \quad (3)$$

In Eqs. (3) to (5), both projections (vertical and horizontal) for each close loop equation are written in a compact form following the Euler's formula, where j is the imaginary unit.

2. Pantograph chain (formed by links number 9, 7, 3, 6 and 13)

In our model, the tendons length is $6 l_8$, whereas the distance between the connecting rod-femur and upper tendon-femur joints is $3 l_8$, and the distance between rocker arm-hip and upper tendon-hip joints (points B and D respectively) is $12 l_8$, so the pantograph close loop kinematic chain provides (see Fig. 6):

$$6e^{j\theta_6} + 3e^{j\theta_3} + 2.5(e^{j\theta_7} + e^{j\theta_9}) - 12j = 0. \quad (4)$$

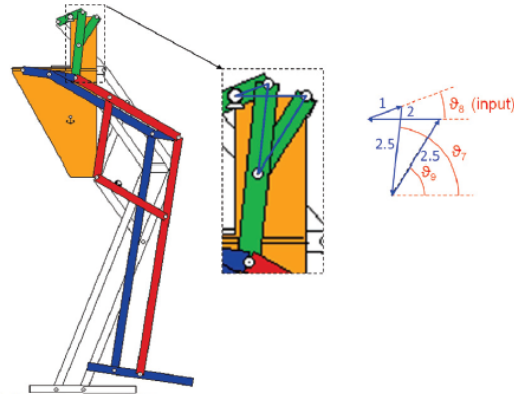


Fig. 5. Chebyshev chain (lengths in units of l_8)

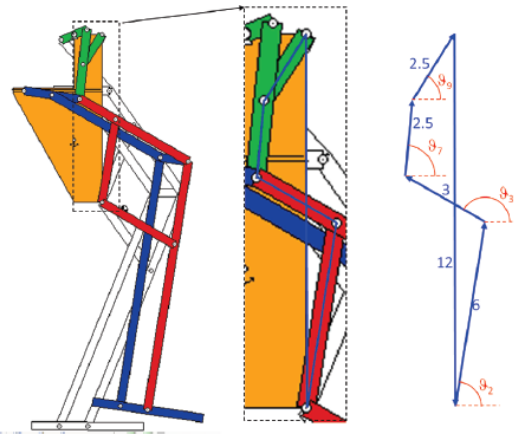


Fig. 6. Pantograph chain (lengths in units of l_8)

3. Stability chain (formed by links number 8, 7, 10 and 13)

In our model, the stabilizing link length is $4.2 l_8$. Note that, in order to align the slot with the linear section of the Chebyshev trajectory, the vertical distance between the motor crank joint and the slot at the hip must be equal to $4 l_8$. Calling x the horizontal projection distance between the motor crank joint and the end of the stabilizing link, the stability close loop kinematic chain provides (see Fig. 7):

$$4.2e^{j\theta_{10}} - 5e^{j\theta_7} + e^{j\theta_8} - x + 4j = 0. \quad (5)$$

As stated below, these equations determine the angles for all the links as functions of that for

$$\begin{cases} \vartheta_7 = a \cos \left[\frac{-4 \cdot \cos^2 \vartheta_8 + 13 \cdot \cos \vartheta_8 - 10 + \sin \vartheta_8 \cdot \sqrt{-16 \cdot \cos^2 \vartheta_8 - 60 \cdot \cos \vartheta_8 + 100}}{25 - 20 \cdot \cos \vartheta_8} \right] \\ \vartheta_9 = a \cos \left[\frac{-4 \cdot \cos^2 \vartheta_8 + 13 \cdot \cos \vartheta_8 - 10 - \sin \vartheta_8 \cdot \sqrt{-16 \cdot \cos^2 \vartheta_8 - 60 \cdot \cos \vartheta_8 + 100}}{-25 + 20 \cdot \cos \vartheta_8} \right] \end{cases}, \quad (6)$$

$$\begin{cases} \vartheta_6 = a \cos \left[\frac{(2.5 \cdot (\cos \vartheta_7 + \cos \vartheta_9) \cdot (-27 - A) - 2.5 \cdot (\sin \vartheta_7 + \sin \vartheta_9 - 12) \cdot \sqrt{144 \cdot A - (-27 - A)^2})}{12 \cdot A} \right] \\ \vartheta_3 = a \cos \left[\frac{(2.5 \cdot \cos \vartheta_7 + \cos \vartheta_9) \cdot (27 - A) + 2.5 \cdot (\sin \vartheta_7 + \sin \vartheta_9 - 12) \cdot \sqrt{36 \cdot A - (27 - A)^2}}{6 \cdot A} \right] \end{cases}, \quad (7)$$

$$\text{where: } A = (2.5 \cdot (\cos \vartheta_7 + \cos \vartheta_9))^2 + (2.5 \cdot \sin \vartheta_7 + \sin \vartheta_9 - 12)^2.$$

the motor crank, ϑ_8 , which is also a function of time.

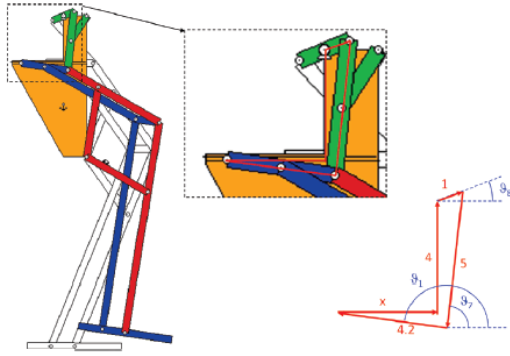


Fig. 7. Stabilization chain (lengths in units of l_8)

Solving the Eq. system (3), the expressions (Eq. (6)) for the connecting rod and rocker arm angles are found.

From Eq. (4), the femur and tibia angles are found as functions of the previous ones. (See Eq. (7)).

Finally, the Eq. (5) gives the solution for the stabilizing angle:

$$\vartheta_{10} = a \sin \left(\frac{5 \cdot \sin \vartheta_7 - \sin \vartheta_8 - 4}{4.2} \right). \quad (8)$$

As can be seen in Fig. 2, the rest of the angles involved are identical to one of the given ones in the Eqs. (6) to (8), in particular:

$$\vartheta_1 = \vartheta_5 = \vartheta_{10}, \vartheta_{12} = \vartheta_4 = \vartheta_3, \vartheta_2 = \vartheta_{13} = \vartheta_6. \quad (9)$$

For the links belonging to the opposite leg, we apply a phase out of π radians on ϑ_8 :

$$\vartheta_i(\vartheta_8) = \vartheta_i(\vartheta_8 + \pi). \quad (10)$$

All these angles have been calculated using a reference system fixed at the hip, the x -axis direction being defined by the points A and B in Fig. 1. In order to apply the second Newton's law, all the kinematic values must be referenced to an inertial system. An inertial system can be placed at the ground (or at the supporting foot, link number 1 in Fig. 2, as no relative motion between this link and the ground is considered). The corresponding base change is described in Eq. (11):

$$\vartheta_i^{ground} = \vartheta_i^{hip} - \vartheta_1^{hip}, \quad (11)$$

where ϑ_i^{ground} is the angle of the i -link related to the ground system, and ϑ_i^{hip} is the corresponding one related to the reference system fixed at the hip.

Once the angles are determined in the new reference system, the positions of the center of mass for all the links are easily obtained using trigonometric relations (for example, $x_2 = L_2 \cos \vartheta_2/2$, $y_2 = L_2 \sin \vartheta_2/2$; $x_3 = L_2 \cos \vartheta_2 + L_3 \cos \vartheta_3/2$, $y_3 = L_2 \sin \vartheta_2 + L_3 \sin \vartheta_3/2$; and so on). Then, by time differentiating once and twice, the angular velocity and acceleration respectively for any link,

as well as the linear velocity and acceleration of its center of mass are found.

In summary, the planar kinematics of PASIBOT is solved. As an application, all the kinematical values for one step of PASIBOT have been calculated, considering a motor crank constant angular velocity, ω_8 :

$$\vartheta_8(t) = \omega_8 \cdot t. \quad (12)$$

3 DYNAMICS OF PASIBOT

The inputs for the dynamical problem are the previously calculated kinematic magnitudes for every link, that is to say, its angular acceleration, α_i , and its center of mass acceleration, (a_{ix}, a_{iy}) . The dynamical magnitudes involved in the complete mechanical study of PASIBOT are the weight of every link, $m_i g$, the motor torque, T_8 , and all the forces between links, f_{ji} (exerted by link j on link i). All those kinematical and dynamical magnitudes are presented in Fig. 8, for a general link i .

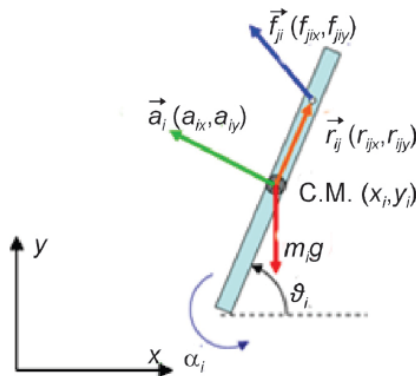


Fig. 8. Dynamical entities for a general link i

For any link, i , the dynamical equations for the motion of the center of mass and for the rotation of the rigid body, using the action-reaction Newton's law to reduce the number of unknown forces, are exposed in Eq. (13):

$$\left. \begin{aligned} \sum_i \vec{F}_i &= m_i \vec{a}_i \\ \vec{f}_{ij} &= -\vec{f}_{ji} \\ \sum_i T_{oni} &= I_i \alpha_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sum_{j<i} f_{ji} - \sum_{k>i} f_{ik} = m_i a_{ix} \\ \sum_{j<i} f_{ji} - \sum_{k>i} f_{ik} = m_i g + m_i a_{iy} \\ T_i + \sum_{j<i} (r_{ji} f_{jiy} - r_{jiy} f_{jix}) - \sum_{k>i} (r_{ik} f_{iky} - r_{iky} f_{ikx}) = I_i \alpha_i \end{cases}, \quad (13)$$

$i = 2, 3, \dots, 13, 1', 2', \dots, 7', 9', \dots, 12'$

Since there are 23 links (excluding the supporting foot) and there are three equations for each link, the system describing the dynamics of the whole mechanism consists of 69 linear equations. The linear equation system (Eq. (13)) is expressed in a matrix form (Eq. (14)), and then solved via matrix inversion, with a MATLAB® code.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{12x} \\ f_{12y} \\ \vdots \\ T_8 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 a_{2x} \\ m_2 g + m_2 a_{2y} \\ \vdots \\ I_2 \alpha_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$[A(\text{coefficient})][F(\text{force})] = [I(\text{inertia})]$$

\Downarrow

$$[F] = [A]^{-1} [I].$$

4 NUMERICAL RESULTS

The kinematical and dynamical equations have been implemented in a MATLAB code in order to obtain solutions (position, velocities, acceleration, as well as forces and torques) depending of a set of parameters (link dimensions, masses, and densities, motor angular velocity) entered by the user. This code is being integrated into the movement control task. In Fig. 9, the flow chart of the developed algorithm is presented.

For every time step, t , the program first finds the corresponding value of $\vartheta_8(t)$ and using Eqs. (6) to (11), it obtains those of the rest of the angles and the positions of the centres of mass. Then, using the same variables for $t-1$ and $t-2$, it calculates the corresponding angular and linear velocities and accelerations. These data that define the kinematic state of the biped at the time t , form the inertia matrix, $[I]$ in Eq (14). Finally, the program inverts the coefficient matrix, $[A]$, by means of a matrix

inversion subroutine and multiplies both matrices to provide the forces and torques between links at this time step. These values are stored to be plotted and the calculations restart for the next time step.

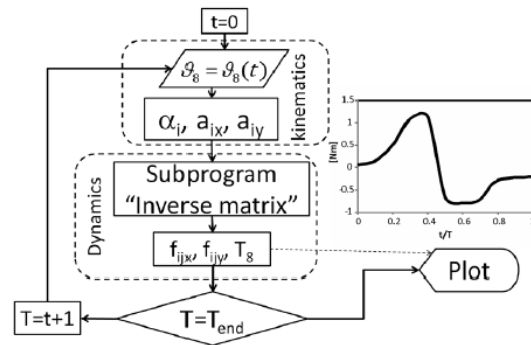


Fig. 9. Flow chart for the PASIBOT kinematics and dynamics calculus code

As the first result, the program implemented in MATLAB® has helped us to choose the suitable actuators and transmission systems, as it provides the motor torque required to perform the prescribed movement. This torque actually depends on many parameters that can be easily changed in the program (the masses and sizes of every link independently, or their densities, the motor angular velocity function, among others). The process of choosing the actuator and/or transmission system is iterative: first, the maximum torque without additional weight is calculated, and a motor that provides higher torque, at the prescribed speed, is proposed. Then, the required torque with the additional definite weight of the proposed engine is recalculated, and if this torque exceeds what the proposed motor can provide, the immediately superior motor is proposed, the torque with the corresponding weight is recalculated, and so on; if not, the process ends and the proposed motor is chosen. This code will allow us to quickly obtain all the dynamic and kinematical parameters of interest for control and optimization tasks.

As an example, during construction of the first prototype, the links "femur", "fibula" and "tibia" had to be doubled in order to increase their resistance. With the program, the calculation of the new torque required was immediate. In that case, the program helped us to design the reduction phase required to be coupled with the same motor

(see Fig. 2).

The code programmed has been validated by comparison with others simulation programs (Working model and ADAMS code). The main advantage of the developed program is that it let us perform fast modifications, making easier the final robot design by selecting new materials, choosing actuators and reduction devices, or even applying any type of optimization process.

As an example of the capacities of the program, some results are presented. Fig. 10 shows the actuator torque in the crank (link number 8) related to time, for different values of the motor angular velocity, ω_8 .

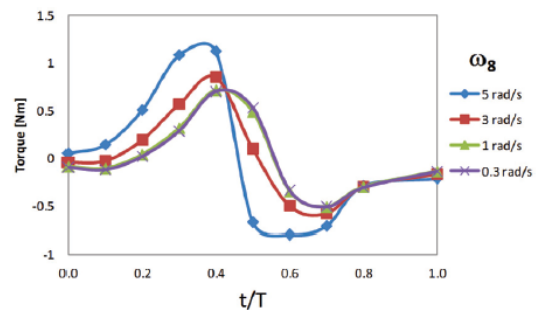


Fig. 10. Actuator torque for different crank velocities. T is the semi-period for the rotation of the motor crank, that is, the time for one PASIBOT's step

In Fig. 10, the same shape for each case can be appreciated apart from the torque obtained from the highest velocity value ($\omega_8 = 5$ rad/s). With this velocity, the dynamical effect of the acceleration (inertia force) becomes important.

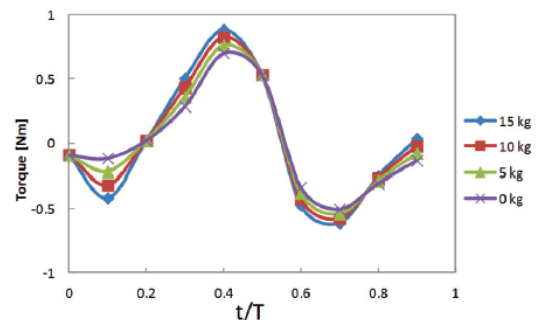


Fig. 11. Actuator torque for different hip extra loads

Another interesting result concerns the motor torque required when the robot load increases (when different actuators, transmissions, batteries, wires, etc. are included in the robot hip). In Fig. 11 the crank torque is represented again, but for different loads (5, 10 and 15 kg) added to the hip.

The graph in Fig. 11 shows that the required motor torque depends slightly on the added load. This is because the hip remains at almost the same level in a course of a step. Nevertheless, since the robot begins from the rest position, the differences between the required torques are significant only over the first period of the step. In fact, in the stationary walking state, practically all the motor torque is spent raising alternatively the flying leg, while the supporting leg sustains the rest of the weight -that of the hip, mainly- in such a way that the hip centre of mass moves almost horizontally at constant speed.

5 CONCLUSIONS

In this article, a prototype of a quasi-passive biped called PASIBOT has been presented. Kinematical and dynamical basic expressions for a PASIBOT step have been obtained. A program code has been developed to get parametric solutions from these expressions. The program has been validated by comparison of the kinematical results with those provided by other commercial softwares. The developed code has been used to study the PASIBOT behavior before its construction, reducing the complexity in the design process; it is also to be used in control tasks for the real prototype walking. With respect to the presented numerical results, we can highlight the dependency of the load at the hip and the rotational input speed in the actuator torque, which let us to study the most suitable actuator for the movement requirements.

6 ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to thank the Spanish Government for financing provided through the MCYT project DPI-2006-15443-C02-02, and the LARM laboratory, particularly professors Ceccarelli and Ottaviano for their suggestions in the design process of PASIBOT.

7 REFERENCES

- [1] MAQLAB, PASIBOT from: <http://maqlab.uc3m.es/proyectos/proyectos.htm>, accessed on 2010-02-15.
- [2] Masato, H., Kennichi, O. (2007). Honda humanoid robots development. *Philosophical Transactions of the Royal Society A, Series A, Mathematical, Physical and Engineering Science*, vol. 365, no. 1850, p. 11-19.
- [3] Akachi, K., Kaneko, K., Kanehira, N. (2005). Development of humanoid robot HRP-3P. *Proceedings 5th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, p. 50-55, DOI:10.1109/ICHR.2005.1573544.
- [4] Ogura, Y., Aikawa, K., Shimomura, K., Lim, H., Takanishi, A. (2006). Development of a New Humanoid Robot WABIAN-2. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p. 76-81.
- [5] Hirose, M., Ogawa, K. (2007). Honda humanoid robots development. *Philosophical Transactions of the Royal Society A-Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. vol. 365, no. 1850, p. 11-19.
- [6] Collins, S., Ruina, A., Tedrake, R. (2005). Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers. *Science*, vol. 307, no. 5712, p. 1082-1085.
- [7] Collins, S.H., Ruina, A. (2005). A bipedal walking robot with efficient and human-like gait. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, p. 1983-1988.
- [8] Tedrake, R., Zhang, T.W., Fong, M.F. (2004). Actuating a simple 3D passive dynamic walker. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p. 4656-4661.
- [9] Wisse, M., Feliksdaal, G., van Frankenhuyzen, J. (2007). Passive-based walking robot – Denise, a simple, efficient, and lightweight biped. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 14, no. 2, p. 52-62, DOI:10.1109/MRA.2007.380639.
- [10] Ikemata, Y., Yasuhara, K., Sano, A., Fujimoto, H. (2008). A study of the leg-swing motion of passive walking. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, p. 1588-1593, DOI:10.1109/ROBOT.2008.4543428.

- [11] Ikemata, Y., Sano, A., Fujimoto, H. (2006). A physical principle of gait generation and its stabilization derived from mechanism of fixed point. *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p. 836-841, DOI:10.1109/ROBOT.2006.1641813.
- [12] Erdman, A.G., Sandor, G.N. (1997). *Mechanism design: analysis and synthesis*. 3rd ed., Prentice-Hall, New Jersey.
- [13] Gu, H., Ceccarelli, M., Carbone, G. (2008). Design and operation of 1-DOF anthropomorphic arm for humanoid robots. *Proceedings of the 17th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region RAAD08*.
- [14] Tavolieri, C., Ottaviano, E., Ceccarelli, M., Di Rienzo, A. (2006). Analysis and design of a 1-DOF leg for walking machines. *Proceedings of RAAD'06, 15th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region*.
- [15] Castejón, C., Carbone, G., García-Prada, J.C., Ceccarelli, M. (2010). A multi-objective optimization of a robotic arm for service tasks. *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering*, vol. 56, no. 5, p. 316-329.
- [16] Hu, Y., Nakamura, H., Takeda, Y., Higuchi, M., Sugimoto, K. (2007). Development of a power assist system of a walking chair based on human arm characteristics. *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems and Manufacturing*, vol. 1, no. 1, p. 141-154, DOI:10.1299/jamdsm.1.141.

Forward and Inverse Dynamics of the Biped “PASIBOT”. A Study of Sliding Between the Supporting Foot and the Floor

Eduardo Corral¹-Jesús Meneses¹ - Cristina Castejón¹ - Higinio Rubio¹ -Juan Carlos García-Prada¹

¹ Universidad Carlos III de Madrid. Department of Mechanical Engineering. MAQLAB research group.

This article addresses the supporting foot slippage for the one degree of freedom biped called ‘PASIBOT’ and develops its forward and inverse dynamics for the simple and double support phases. The slip phenomenon is addressed by considering an additional degree of freedom at the supporting foot and by distinguishing between static and kinetic friction conditions. It is possible to calculate interesting result and behaviors of the robot because the forward dynamics is calculated. All the study has been programmed in MATLAB code. The algorithm can predict the motion of the biped from the torque function given by the only motor. Thus, it becomes an indispensable tool for studying transient states of the biped (calculating its starting and braking torques, for example), as well as defining the conditions to prevent slippage, or maintain it under control. The developed code is still parametric, so the results it provides can be of great help in the design, optimization and control of biped robots, especially with PASIBOT prototype.

The topology, kinematics and inverse dynamics for the one degree of freedom biped “PASIBOT” have been presented in previous works [1], [2]. There, the inverse dynamics for the single support phase was developed without taking into account any slippage between the supporting foot and the ground.

Keywords: mechanism analysis, biped, forward dynamics, slippage

0 INTRODUCTION

The development of humanoid robots is one of the main research lines in robotics. This general scientific interest in this issue and, particularly in bipedal walking robots has led to a wide variety of refined designs. The introduction of new mechanisms and kinematic chains enables walking robots designs with less number of actuators and gearboxes, therefore lighter, with lower power consumption and cheaper, while maintaining the same functionality.

Most of the solutions proposed consist of human like leg designs, where the links (femurs, tibias and feet) are connected by joints (hip, knee and ankle), all or most of which are operated by actuators (motors, pneumatic devices, artificial muscles, etc.) [3]. Another line of research, however, is devoted to emulate the motion of walking with a combination of classical mechanisms. Under this perspective Prof. Ceccarelli and his team of Laboratory of Robotics and Mechatronic (LARM) have been working, presenting first the biped robot EP-WaR II [4] and more recently developing the design of low-

cost humanoid legs Caluma [5] and other proposals [6].

MAQLAB group of the University Carlos III of Madrid has been working with this philosophy, designing and manufacturing the biped PASIBOT [1][2].

With respect to the analysis of mechanical performance in bipeds, two strands can be distinguish, one that searches for more and more complex and powerful robots and other, that tries to increase efficiency and range [7]. On this last side, the passive and quasi-passive bipeds are studied to take advantage of the external forces and inertias in order to minimize the power loss [8].

The biped locomotion has been studied from several perspectives. There is much work devoted to the design of optimal trajectories, walking cycles including stabilization strategies via control programs [9]. But in general the slip problem is not considered, and one of the assumptions when performing control strategies is that the contact point with the walking surface does not move along the walking axis.

A few work try to obtain the slip kinematic and dynamics analysis of the supporting

*Corr. Author's Address: Univ. Carlos III de Madrid. Avda. De la Universidad, 30. 28911 Leganés, Madrid Spain. ecorral@ing.uc3m.es

contact. That is because it is needed new equations and degree of freedom as it is done in [10], [11].

In [1] we presented a program based on inverse dynamics that allowed calculating the required torque in the sole engine for PASIBOT to walk in steady and with non sliding supporting foot. This parametric code was very helpful in designing the biped by using the recursive method, as in [12]: minimize the torque of the motor means to minimize its weight, and therefore minimize the weight of the links of the biped, allowing us to choose a lighter engine, etc [13]. This cyclical design process becomes complicated when taking into account the biped transients such as starting and stopping on the one hand, and when the supporting foot is enabled to slide, on the other.

In this article we present a parametric program to solve the forward dynamics of the biped. In its forward dynamics version, the program inputs are the initial kinematic state and the motor torque (as a function of time), and it returns the bipedal movement, including the sliding of the supporting foot in both single and double support phases. The sliding is taken into account by adding one degree of freedom. In this article we emphasize the sliding supporting foot kinematics and dynamics. The most relevant kinematical expressions for fixed supporting foot (1 DOF biped) are solved in [1].

1. BIPED ROBOT PROTOTYPE

This biped is a one degree of freedom mechanical system based on the combination of classical mechanisms, and emulates to some extent (at least regarding the knees and feet trajectories) the human walking. The second prototype is shown in Fig 1.



Fig. 1. Prototype of PASIBOT:
It has been built by the research group of MaqLab in Universidad Carlos III de Madrid.

The coordinates describing the position of i -link are the angle θ_i and the centre of mass cartesian coordinates, x_i , and y_i .

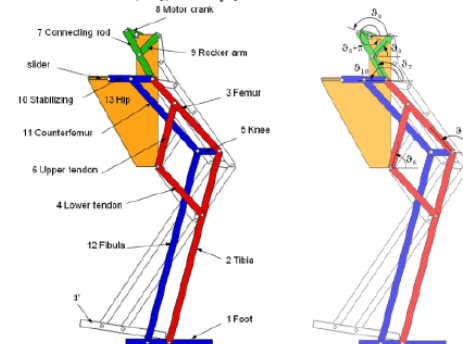


Fig. 2. Links of PASIBOT:
a) nomenclature and numeration for the supporting leg, b) angles for the links of the supporting leg; the links of the flying leg will be referred to using primes.

In Fig. 2, all links belonging to the supporting leg are named and numbered. Homonyms links of the flying leg will be numbered using primes. It is used the same nomenclature than [1].

In this article, when the supporting foot is considered fixed, the horizontal coordinate for the i -link centre of mass is denoted by a capital X_i , whereas when slippage of the supporting foot is allowed, a lowercase x_i is employed.

2 KINEMATIC ANALYSIS OF PASIBOT. FIXED Vs. SLIDING SUPPORTING FOOT

In the preliminary kinematics analysis of a biped, one can assume that the supporting foot is fixed, without slipping on the floor, so the biped had just one degree of freedom (DOF) [1]. Thus the angular positions and the cartesian coordinates for the centre of mass of i -link are referred to the angular position of the motor crank (ϑ_8):

$$\vartheta_i = \vartheta_i(\vartheta_8), \quad i = 2, 3 \dots 1', 2', \dots (i \neq 8)(1)$$

$$X_i = X_i(\vartheta_8), \quad i \neq 1 \quad (2)$$

$$y_i = y_i(\vartheta_8), \quad i \neq 1 \quad (3)$$

A capital X_i is used in Eq. (2) to refer the case where the supporting foot is prevented to slip and to distinguish it from that in which the supporting foot is allowed to slip (see Eq. 4). For ϑ_i and y_i is not necessary to make such a distinction, since both are independent of supporting foot slippage. Note also that all coordinates are referred to the fixed supporting foot ($i = 1$), hence $\vartheta_1 = 0$; $X_1 = 0$; $y_1 = 0$.

However, if any slippage between the supporting foot and the floor is allowed, then the biped becomes a 2 DOF mechanism (note that the movement is in a plane, and the supporting foot is supposed to remain horizontal). Now let the x -coordinate of the foot, x_1 , be the additional independent coordinate. Eqs. (1) and (3) remain valid for the i -link angular coordinate and its centre of mass vertical coordinate, respectively, while the horizontal coordinate increases in the value of the supporting foot slip x_1 , hence is expressed as follows:

$$x_i = x_1 + X_i(\vartheta_8); \quad i \neq 1 \quad (4)$$

Hence, its first and second time derivatives are:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \frac{dx_1}{dt} + \frac{dX_i}{d\vartheta_8} \frac{d\vartheta_8}{dt} = \dot{x}_1 + X_i'(\vartheta_8) \dot{\vartheta}_8 \\ \ddot{x}_i &= \ddot{x}_1 + X_i''(\vartheta_8) \dot{\vartheta}_8^2 + X_i'(\vartheta_8) \ddot{\vartheta}_8 \end{aligned} \quad (4 \text{ bis})$$

Where, as indicated in Eq. (4 bis), a prime denotes explicit derivative with respect to ϑ_8 , and a point denotes time derivative.

3 DYNAMICS OF PASIBOT. INVERSE Vs. FORWARD DYNAMICS. FIXED Vs. SLIDING SUPPORTING FOOT.

The dynamics of mechanical systems can be performed in two different ways: taking the kinematics (movement) as a basis and calculating the forces and torques that produce such movement, is called inverse dynamics; whereas calculating the movement given the applied forces and torques is known as forward dynamics.

When addressing the dynamics of bipeds, we can also distinguish between fixed and sliding supporting foot.

As stated in [1], inverse dynamics of PASIBOT led to a programme to parametrically calculate the torque at the sole motor required for the biped to walk at steady state (constant speed) and with no slidding between the supporting foot and the floor. But to study transitional regime as starting or stopping, and calculate the torque on these schemes when sliding between the supported foot and the floor is allowed, the kinematics is unknown and other dynamical approaches must be applied.

In order to study the resistance and deformations of every link, we are also interested in knowing all the forces between links, so a Newton-Euler dynamic scheme is employed here.

Following the nomenclature exposed in table 1, the dynamic equations for any i -link are described in Eq. (5), where the action-reaction Newton's law has been used to reduce the number of unknown forces:

$$\begin{cases} \sum_{j < i} f_{jix} - \sum_{k > i} f_{ikx} = m_i \ddot{x}_i \\ \sum_{j < i} f_{jiy} - \sum_{k > i} f_{iky} = m_i g + m_i \ddot{y}_i \\ \sum_{j < i} T_{ji} - \sum_{k > i} T_{ik} + \\ + \sum_{j < i} (r_{ijx} f_{jiy} - r_{ijy} f_{jix}) - \sum_{k > i} (r_{ikx} f_{iky} - r_{iky} f_{ikx}) = I_i \ddot{\vartheta}_i \end{cases} \quad i = 1, \dots, 13, 1', \dots, 7', 9', \dots, 12' \quad (5)$$

Note that links 8' and 13' do not exist, so the biped is composed by 24 links, hence Eq. (5) is a system of $24 \times 3 = 72$ equations. However, as we shall see below, the torque equation for the supporting foot is usually considered separately.

3.1 Inverse dynamics and fixed supporting foot

When dealing with inverse dynamics and where sliding between the supporting foot and the floor is not allowed ($x_1 = 0$, $\dot{x}_1 = 0$), Eq. (5) is just a linear equation system where the torques T_{ij} and forces (f_{ix}, f_{iy}) are the unknowns. Revolute joints are considered ideal, so that all the torques between links are zero, $T_{ij} = 0$, except for the motor torque $T_{13,8} = -T_{8,13} \equiv T_8$, between the hip and the crank. The forces between the floor and the supporting foot, f_{01x} and f_{01y} , are the friction and normal forces respectively.

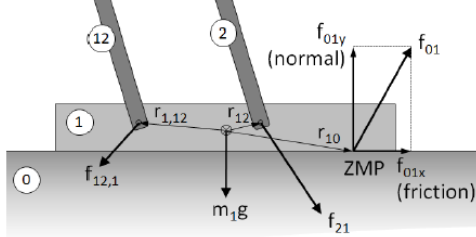


Fig. 3. Forces acting on the supporting foot (link 1). Links 2 and 12 are those connected to it. The floor is considered as link number 0.

The system Eq. (5) is actually linear if the torque equation for the supporting foot (link 1), Eq. (5 bis) (see Fig. 3), is excluded from it. Indeed, it would make the system non-linear, as in the term $r_{10x}f_{01y}$ both factors are unknowns:

$$r_{10x}f_{01y} - r_{10y}f_{01x} - (r_{12x}f_{12y} - r_{12y}f_{12x}) - (r_{1,12x}f_{1,12y} - r_{1,12y}f_{1,12x}) = 0 \quad (5 \text{ bis})$$

Nevertheless, once solved the system of Eq. (5) without Eq. (5 bis), the latter can be used to calculate the position of the zero moment point (ZMP) relative to the centre of mass, ($ZMP_x = r_{10x}$) at the instant of time in calculation, and therefore to determine whether or not the biped tips over at that instant.

In summary, expressing Eq. (5) in a matrix form, we get the "inverse dynamic static friction equation":

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,71} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,71} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{71,1} & a_{71,2} & \dots & a_{71,71} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{01x} \\ f_{01y} \\ f_{12x} \\ f_{12y} \\ \vdots \\ T_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ m_1g \\ m_2\ddot{X}_2 \\ m_2g + m_2\ddot{y}_2 \\ I_2\ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ I_{12}\ddot{\theta}_{12} \end{bmatrix}$$

$$[A(\text{coefficients})][F(\text{force})] = [I(\text{inertia})] \Rightarrow [F] = [A]^{-1} \cdot [I] \quad (6)$$

Solving equation system (6) via matrix inversion with a MATLAB® code, along with a time discretization, is the basis of the programme presented in [1] to calculate all the forces and the motor torque in the course of a step.

3.2 Inverse dynamics and sliding supporting foot

When the supporting foot is allowed to slide, x_1 becomes an independent variable, (in general: $x_1 \neq 0$, $\dot{x}_1 \neq 0$, $\ddot{x}_1 \neq 0$). To dynamically treat the sliding of one body on another, we can distinguish three possible states: no sliding (static friction), imminent sliding and actual sliding. A conditional branching has been included into the programme to determine which of these takes place at each time instant under calculation.

Basically, at the initial instant it is assumed that there is no sliding and static friction occurs ($x_1 = 0$; $\dot{x}_1 = 0$; $\ddot{x}_1 = 0$), so Eq. (6) is solved and the values of f_{01x} (friction force) and f_{01y} (normal force) are obtained. Then the static friction condition Eq. (7) is evaluated for a specified value of the static friction coefficient, μ_s :

$$|f_{01x}| \leq \mu_s |f_{01y}| \quad (7)$$

If Eq. (7) is satisfied, then time is incremented by Δt and the solution of Eq. (6) is recalculated with the updated values of r_{ij} , \ddot{x}_i , \ddot{y}_i , $\ddot{\theta}_i$. Thus the "static friction" conditional loop is closed.

If Eq. (7) is false, the supporting foot goes into a state of imminent slipping and a different system of equations must be solved. This system must include two facts: First, the acceleration of

the supporting foot is no longer zero, but becomes unknown, so it must appear in the column matrix of unknowns. Secondly, the relation between normal and tangential components of the floor-foot force corresponding to the case of kinetic friction must be taken into account:

$$|f_{01x}| = \mu_k |f_{01y}| \quad (8)$$

Where μ_k is the kinetic friction coefficient.

Then the new matrix of coefficients is obtained from the preceding one by adding:

- A column of m_i elements in positions corresponding to the x -component Newton's equations, according to Eq. (4), filling with zeros at other positions, and
- A row that accounts for Eq. (8)

Hence the matrix form for the "inverse dynamic sliding friction equation" results:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,71} & -m_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,71} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3,71} & -m_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{71,1} & a_{71,2} & \cdots & a_{71,71} & 0 \\ 1 & \pm \mu_k & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{01x} \\ f_{01y} \\ f_{12x} \\ f_{12y} \\ \vdots \\ T_8 \\ \vdots \\ f_{10',12'y} \\ \ddot{x}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ m_1 g \\ m_2 \ddot{X}_2 \\ m_2 g + m_2 \ddot{y}_2 \\ \vdots \\ I_2 \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ I_{12'} \ddot{\theta}_{12'} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[A(\text{coeff})][U(\text{unknowns})] = [C(\text{constants})] \Rightarrow [U] = [A]^{-1}[C] \quad (9)$$

The sign of the friction force exerted by the floor on the supporting foot depends on the state at the previous calculation step (hence the sign $\pm \mu_k$ in Eq. (9)): if the foot was already sliding the friction force is opposite to its velocity, but if the previous state was that of imminent sliding, then the friction force is contrary to the horizontal component of the rest of the forces acting on the foot.

Once solved the system of Eq. (9), the program provides the value of the acceleration with which the supporting foot has started to slide, \ddot{x}_1 . In the current time interval (from $(n-1)\Delta t$ to $n\Delta t$) the supporting foot is assumed to move with the calculated *uniform* acceleration. Thereby the values of velocity and position of the supporting foot are updated according to Eqs. (10):

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \text{cte. in the interval } \Delta t \\ \dot{x}_1[n\Delta t] &= \dot{x}_1[(n-1)\Delta t] + \ddot{x}_1 \Delta t \\ x_1[n\Delta t] &= x_1[(n-1)\Delta t] + \dot{x}_1[(n-1)\Delta t] \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{x}_1 (\Delta t)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Where square brackets indicate functional dependence. After the above calculation, the program stores the forces and torque data, as well as the kinematic data for all the links, then the time is incremented in Δt and the system Eq. (9) is solved again.

Whenever the supporting foot is sliding, a friction force opposite to that sliding exists. This force can cause the supporting foot to stop sliding in the time interval, but it can never change the direction of sliding. The program takes this into account by calculating the stopping time, t_s , Eq. (11), and comparing it with the increment of time, Δt .

$$t_s = -\frac{\dot{x}_1}{\ddot{x}_1} \quad (11)$$

If t_s is negative or greater than Δt , then the supporting foot goes on sliding at the end of the time interval. But if t_s is positive and less than Δt , then friction causes the supporting foot to stop sliding before the end of the time interval. In this case the program updates positions and velocities with t_s and returns to the beginning, to solve the case of static friction, Eq. (6).

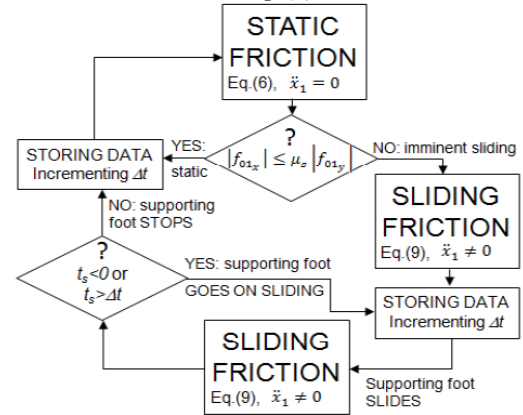


Fig.4. Flowchart of the program for calculating inverse dynamics and sliding supporting foot.

In Fig. 4 the program flowchart is exposed. The tasks "storing data" includes storing "dynamical unknowns" (forces between links and torque T_8), as well as updating kinematic variables for the supporting foot, according to Eqs. (10), and for the rest of the links, according to Eqs. (2) to (4 bis).

3.3 Forward dynamics and fixed supporting foot

The relation between the links and angles is known, furthermore, if the time dependent function for the motor crank angle is known, those coordinates can also be expressed as time dependent functions, and also, in function of the variable that we decide (in our paper ϑ_8). The corresponding angular velocities and accelerations, as well as the centre of mass linear velocities and accelerations are obtained by taking the first and second time derivatives of functions of every link:

$$\dot{\vartheta}_i = \frac{d\vartheta_i}{d\vartheta_8} \frac{d\vartheta_8}{dt} = \vartheta_i'(\vartheta_8)\dot{\vartheta}_8 \quad (12)$$

$$\ddot{\vartheta}_i = \vartheta_i''(\vartheta_8)\dot{\vartheta}_8^2 + \vartheta_i'(\vartheta_8)\ddot{\vartheta}_8$$

$$\dot{X}_i = X_i'(\vartheta_8)\dot{\vartheta}_8 \quad (13)$$

$$\ddot{X}_i = X_i''(\vartheta_8)\dot{\vartheta}_8^2 + X_i'(\vartheta_8)\ddot{\vartheta}_8$$

$$\dot{y}_i = y_i'(\vartheta_8)\dot{\vartheta}_8 \quad (14)$$

Where, as indicated in Eq. (12), a prime denotes explicit derivative with respect to ϑ_8 , and a point denotes time derivative.

When kinematics is unknown, Eq. (5) becomes a second order differential equation system. To solve it numerically, in addition to the usual time discretization, a motor crank angle discretization is also considered in order to compute the derivatives of the known functions, $\vartheta_i = \vartheta_i(\vartheta_8)$, $X_i = X_i(\vartheta_8)$ and $y_i = y_i(\vartheta_8)$, with respect to ϑ_8 :

$$\begin{cases} \vartheta_i'(\vartheta_8) \cong \frac{1}{\Delta\vartheta_8} [\vartheta_i(\vartheta_8 + \Delta\vartheta_8) - \vartheta_i(\vartheta_8)] \\ \vartheta_i''(\vartheta_8) \cong \frac{1}{(\Delta\vartheta_8)^2} [\vartheta_i(\vartheta_8 + 2\Delta\vartheta_8) - 2\vartheta_i(\vartheta_8) + \vartheta_i(\vartheta_8)] \end{cases} \quad (12 \text{ bis})$$

$$\begin{cases} X_i'(\vartheta_8) \cong \frac{1}{\Delta\vartheta_8} [X_i(\vartheta_8 + \Delta\vartheta_8) - X_i(\vartheta_8)] \\ X_i''(\vartheta_8) \cong \frac{1}{(\Delta\vartheta_8)^2} [X_i(\vartheta_8 + 2\Delta\vartheta_8) - 2X_i(\vartheta_8) + X_i(\vartheta_8)] \end{cases} \quad (13 \text{ bis})$$

$$\begin{cases} y_i'(\vartheta_8) \cong \frac{1}{\Delta\vartheta_8} [y_i(\vartheta_8 + \Delta\vartheta_8) - y_i(\vartheta_8)] \\ y_i''(\vartheta_8) \cong \frac{1}{(\Delta\vartheta_8)^2} [y_i(\vartheta_8 + 2\Delta\vartheta_8) - 2y_i(\vartheta_8) + y_i(\vartheta_8)] \end{cases} \quad (14 \text{ bis})$$

In fact, to address the forward dynamic problem, we must replace Eqs. (12), (13), (14), (12bis), (13bis) and (14bis) in the system of Eq. (5). Thus, we obtain a system of equations in which the first and second time derivatives of ϑ_8 are unknowns, while the torque value is now a

known function of time, $T_8 = T_8(t)$. Then, the equation system becomes:

$$\begin{cases} \sum_{j<i} f_{ji_x} - \sum_{k>i} f_{ik_x} - m_i X_i'(\vartheta_8) \ddot{\vartheta}_8 = m_i X_i''(\vartheta_8) \dot{\vartheta}_8^2 \\ \sum_{j<i} f_{ji_y} - \sum_{k>i} f_{ik_y} - m_i y_i'(\vartheta_8) \ddot{\vartheta}_8 = m_i g + m_i y_i''(\vartheta_8) \dot{\vartheta}_8^2 \\ \sum_{j<i} T_{ji} - \sum_{k>i} T_{ik} + \sum_{j<i} (r_{ij_x} f_{ji_y} - r_{ij_y} f_{ji_x}) - \\ - \sum_{k>i} (r_{ik_x} f_{ik_y} - r_{ik_y} f_{ik_x}) - I_i \vartheta_i'(\vartheta_8) \ddot{\vartheta}_8 = I_i \vartheta_i''(\vartheta_8) \dot{\vartheta}_8^2 \end{cases} \quad (15)$$

The numerical approach used in this work to solve the system of differential equations Eq. (15) includes a time discretization, so that at each time step a linear inhomogeneous system is solved, where the unknowns are the forces between links (f_{jix}, f_{jiy}), the angular acceleration of the motor crank, $\ddot{\vartheta}_8$ and the sliding acceleration \ddot{x}_1 . With regard to the angular speed of the motor crank, $\dot{\vartheta}_8$, it works as a known in each time step. In fact, an initial value is assigned, $\dot{\vartheta}_8(t=0)$, and its value is updated once the Eq. (15) is solved at the previous time step, in accordance with the angular acceleration found:

$$\dot{\vartheta}_8[n\Delta t] = \dot{\vartheta}_8[(n-1)\Delta t] + \ddot{\vartheta}_8\Delta t \quad (16)$$

Thus, the coefficient matrix is obtained from that of Eq (9) by eliminating the column corresponding to the coefficients of the torque, T_8 (previously unknown), and by adding a column that corresponds to the coefficients of the motor crank angular acceleration, $\ddot{\vartheta}_8$ (now unknown).. Meanwhile, the torque T_8 must appear in the constants column matrix. In this way, we obtain the matrix form of Eq. (15), the "forward dynamic equation":

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,71} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,71} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3,71} & -m_2 x_2'(\vartheta_8) \\ a_{41} & a_{42} & \cdots & a_{4,71} & -m_2 y_2'(\vartheta_8) \\ a_{51} & a_{52} & \cdots & a_{5,71} & -I_2 \vartheta_2'(\vartheta_8) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{71,1} & a_{71,2} & \cdots & a_{71,71} & -I_{12} \vartheta_{12}'(\vartheta_8) \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} f_{01x} \\ f_{01y} \\ f_{12x} \\ f_{12y} \\ \vdots \\ f_{10,12y} \\ \ddot{\theta}_8 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 \\ m_1 g \\ m_2 X_2''(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 \\ m_2 g + m_2 Y_2''(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 \\ I_2 \theta_2''(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 \\ \vdots \\ T_8 \end{bmatrix}$$

$$[A(\text{coeff.})][U(\text{forces}, \ddot{\theta}_8)] = [C(\text{cts})] \Rightarrow [U] = [A]^{-1}[C] \quad (17)$$

In "STATIC FRICTION" the system to solve is that of Eq. (17), in which the last row and column of the coefficient matrix, as well as the last element of each of the unknowns and constants column matrices, must be removed. We call this "static system (ST)".

3.4 Forward dynamics and sliding supporting foot

Thus, we obtain a system of equations in which the first and second time derivatives of θ_8 are unknowns, while the torque value is now a known function of time, $T_8 = T_8(t)$. As before, to consider the possibility of sliding supporting foot, the value of its horizontal acceleration is also unknown. Then, the equation system becomes:

$$\begin{cases} \sum_{j < i} f_{ji} - \sum_{k > i} f_{ik} - m_i \ddot{x}_i - m_i X_i'(\theta_8) \ddot{\theta}_8 = m_i X_i''(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 \\ \sum_{j < i} f_{ji} - \sum_{k > i} f_{ik} - m_i Y_i'(\theta_8) \ddot{\theta}_8 = m_i g + m_i Y_i''(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 \\ \sum_{j < i} T_{ji} - \sum_{k > i} T_{ik} + \sum_{j < i} (r_{ijx} f_{jiy} - r_{ijy} f_{jix}) - \\ - \sum_{k > i} (r_{ikx} f_{iky} - r_{iky} f_{ikx}) - I_i \theta_i''(\theta_8) \ddot{\theta}_8 = I_i \theta_i''(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 \end{cases} \quad (15 \text{ bis})$$

Where, as before, the torque equation for the supporting foot, Eq. (6), is not included, but it can subsequently be solved to determine the position of the ZMP. And, using Eq. (16) and Eq.(9) the new coefficient matrix is obtained.

Moreover, the last two elements of the unknowns column matrix are the supporting foot

sliding acceleration and the motor crank angular acceleration. Meanwhile, the torque T_8 must appear in the constants column matrix. In this way, we obtain the matrix form of Eq. (15 bis), the "forward dynamic sliding friction equation":

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,71} & 0 & -m_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,71} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3,71} & -m_2 X_2'(\theta_8) & -m_2 \\ a_{41} & a_{42} & \dots & a_{4,71} & -m_2 Y_2'(\theta_8) & 0 \\ a_{51} & a_{52} & \dots & a_{5,71} & -I_2 \theta_2'(\theta_8) & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -I_8 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{71,1} & a_{71,2} & \dots & a_{71,71} & -I_{12} \theta_{12}'(\theta_8) & 0 \\ 1 & \pm \mu_k & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{01x} \\ f_{01y} \\ f_{12x} \\ f_{12y} \\ \vdots \\ f_{10,12y} \\ \ddot{\theta}_8 \\ \ddot{x}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ m_1 g \\ m_2 X_2''(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 \\ m_2 g + m_2 Y_2''(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 \\ I_2 \theta_2''(\theta_8) \dot{\theta}_8^2 \\ \vdots \\ T_8 \\ \cdot \end{bmatrix}$$

$$[A(\text{coeff.})][U(\text{forces}, \ddot{\theta}_8, \ddot{x}_1)] = [C(\text{cts})] \Rightarrow [U] = [A]^{-1}[C] \quad (17 \text{ bis})$$

The program for forward dynamics is based on a flowchart similar to that discussed in 3.2 (shown in Fig. 3), with the following modifications:

- In "SLIDING FRICTION", Eq. (17 bis) must be solved as it is. We call this "sliding system (SL)". The X_i , Y_i and θ_i first and second derivatives with respect to θ_8 are previously calculated using Eq. (12 bis) to Eq. (14 bis), with a sufficiently fine discretization of θ_8 .
- In "STORING DATA", the kinematics for the supporting foot is updated following Eq. (10), the motor crank position and velocity is updated according to Eq. (16), and then those of the rest of the links with Eq. (12) to Eq. (14 bis).

3.4 Double support phase

To finish with the dynamics of PASIBOT, in this section we discuss briefly the basic flow chart for the algorithm to solve PASIBOT movement when both feet are in contact with the floor. This phase is not negligible, since it represents a quarter of the time for one full step. Furthermore, a kinematic analysis indicates that during this phase, there is a longitudinal relative movement between both feet, so that at a given moment only one of the following cases takes place:

- a) The back foot (for example, link 1) does not slide, the front foot (link 1') does slide.
- b) Both feet slide on the floor.

c) The back foot slides, the front one does not.

Which of these situations occurs depends on the value of the normal force exerted by the ground on each foot. In fact, in the course of the double support phase the three situations will occur in the order shown, as the normal force would be transferred from the back foot (which is initially the only in contact with the floor) to the front foot (which is supporting the whole normal force when the back foot leaves the floor). The moments at which a change of situation occurs also depend on the friction coefficient: if it is large situations a) and c) prevail at the expense of b) and vice versa.

In order to solve the forward dynamics for the double support phase, two more unknowns (and the corresponding two new equations) are considered. The unknowns are the contact (friction and normal) forces exerted by the floor on the front foot, $f_{01'x}$ and $f_{01'y}$, which means two more columns in the matrix of coefficients of Eq. (17). The two new equations mean two rows in the coefficients matrix of Eq. (17). One is the equation of vertical equilibrium of forces (note that as stated in [1], the biped centre of mass has no vertical acceleration):

$$f_{01'y} + f_{01'y} = Mg \quad (18)$$

And the other is the kinetic friction equation, that depends on which situation (a, b or c) takes place:

a) If the back foot does not slide while the front foot does, the "static system (ST)" must be solved, together with the kinetic friction equation for the front foot:

$$|f_{01'x}| = \mu_k |f_{01'y}| \quad (19)$$

b) If both feet slide, the "sliding system (SL)" must be solved, together with the kinetic friction equation for the front foot, Eq. (19).

c) If the back foot slides while the front does not, the case a) must be solved after permuting the labels of the feet with each other ($1 \leftrightarrow 1'$).

In Fig. 5 the program flowchart for the double support phase forward dynamics is shown.

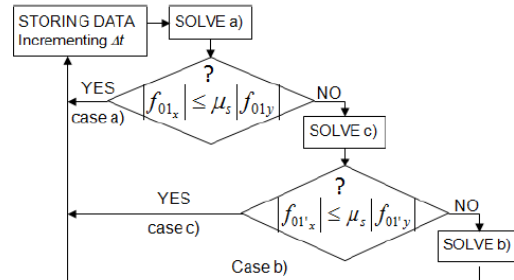


Fig.5. Flowchart of the program for calculating double support forward dynamics.

4 NUMERICAL RESULTS

The kinematic and dynamic algorithms presented in previous sections have been implemented in a MATLAB code in order to extend and improve the one developed in [1]. There, some results were presented involving steady inverse dynamics and fixed supporting foot. Here we present results from the developed forward dynamics code, as well as others concerning sliding at different friction coefficients/motor crank velocities.

Forward dynamics is particularly valuable in transient calculations, answering questions like what is the minimum required constant torque applied to the motor crank for PASIBOT to start walking from rest. That is shown in the graph of Fig. 6., where the motor crank angle is represented against time for several values of the motor torque.

Fig. 6 indicates that the torque above which the biped is able to start walking is 0.84Nm. Note that the initial value of ϑ_8 is $\pi/2$, that corresponds to the configuration in which both feet are on the floor. In this example the density of every link has been set to that of aluminium, with which the prototype is made of.

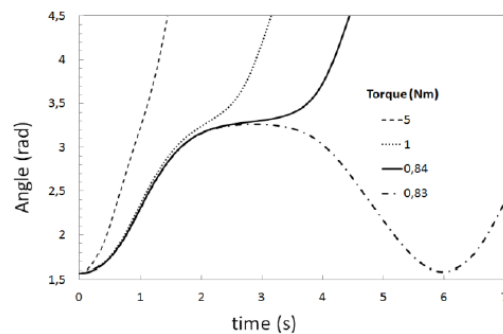


Fig.6. Evolution of the motor crank angle for several values of the motor torque, when the biped starts walking from rest.

Density of any link can be easily changed in the program in order to study at what extent it affects the value of the minimum required torque. In Fig. 7 the motor crank angle is represented against time for a constant motor torque, $T_8 = 1\text{Nm}$ and for different values of the total weight (obtained by varying the density of all the links).

In Fig. 8 different sliding condition of the supporting foot can be seen from the variation of its x-position as a function of time for a constant motor crank angular velocity, $\dot{\vartheta}_8 = 3\text{ rad/s}$ and for several values of the friction coefficient (here $\mu_s = \mu_k \equiv \mu$).

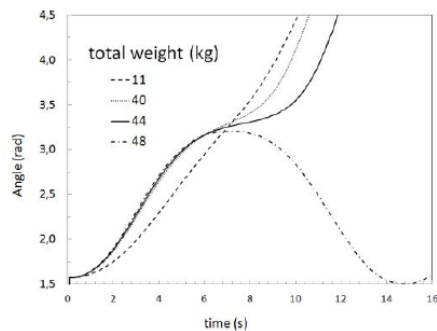


Fig.7. Evolution of the motor crank angle when the biped starts walking from rest, for a constant motor torque, $T_8 = 1\text{ Nm}$, and for different values of its total weight.

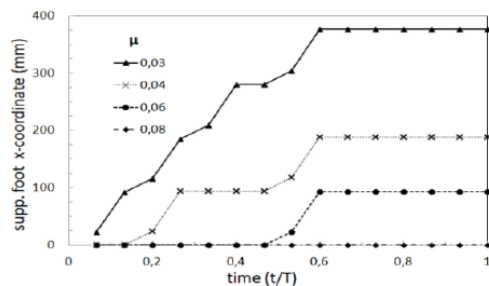


Fig. 8. Supporting foot x-coordinate against time (in units of one period, T) for constant $\dot{\vartheta}_8 = 3\text{ rad/s}$ and for several values of μ .

Looking at Fig. 8, some comments should be made: first, the minimum friction coefficient that prevents the supporting foot from sliding is 0.08. Secondly, the sliding occurs at

some preferred phases. Thus, if the supporting foot slides once in the course of a step (see Fig. 8 for $\mu = 0.06$), it takes place from mid-step ($t = 0.5T$), when the flying leg has reached its highest point to $t = 0.6T$. If two slippages occur (see Fig. 8 for $\mu = 0.04$), one of them is again at mid-step and the other occurs at the first quarter-step (from $t = 0.15T$ to $t = 0.25T$). For $\mu = 0.03$ slippage also occurs at the previous phases, in addition to other, and so on.

In Fig. 9 all the graphics correspond to a friction coefficient $\mu = 0.1$ but different motor crank angular velocities.

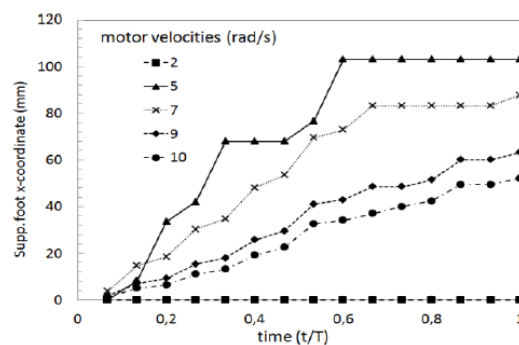


Fig. 9. Supporting foot x-coordinate against time (in units of one period, T) for $\mu = 0.1$, and for several values of $\dot{\vartheta}_8$.

As for Fig. 8, looking at Fig 9 some step phases where the supporting foot slippage is easier can be defined. This suggests a way to drastically reduce -if not eliminate- slippage, without compromising on the step speed: by reducing the angular velocity at the "easy slippage phases" and increasing it at other times, ie, by defining an appropriate motor angular velocity time function, $\dot{\vartheta}_8 = \dot{\vartheta}_8(t)$.

5 CONCLUSIONS

Kinematics and forward and inverse dynamics for the biped "PASIBOT" which includes sliding between the supporting foot and the floor at single and double support phases have been presented in this paper. These models have generated algorithms to complete and improve the MATLAB® program presented in [1]. With the help of this program the movement of the

"PASIBOT" in transients and for which the torque is any function of time is solved. In addition, the program calculates the position of the ZMP and possible tip over situations.

The program is still parametric, so that link dimensions, masses, and densities, motor angular velocity (in its inverse dynamics version), motor torque (in its forward dynamics version), friction coefficients among others, can be entered by the user as constants or even as time functions. Thus, the improved program, has helped us to determine the amount of torque the motor/brake needs to start/stop walking, and hence to choose the suitable actuator and transmission systems.

The developed code has been used to study the PASIBOT behaviour before its construction, reducing complexity in the design process; it is also to be used in control tasks for the real prototype walking. Furthermore, the presented program will allow us to design time functions for the angular velocity of the crank motor to reduce or eliminate slippage without any adhoc control algorithm.

The MATLAB code presented in [1] has been extended and improved taking into account these aspects.

6 REFERENCES

- [1] Meneses, J.; Castejón, C.; Rubio, H.; García-Prada, J.C. (2011) Kinematics and dynamics of the quasi-passive biped "PASIBOT". *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering*, vol. 57, no. 12, p. 879-887.
- [2] Corral, E. ; Meneses, J. and García-Prada, J.C. (2011). Inverse and forward dynamics of the biped PASIBOT. *International symposium on multibody systems and mechatronics. MUSME. Valencia. Spain.*
- [3] Stetter, R.; Paczynski, A.; Zajac, M.; (2008). Methodical Development of Innovative Robot Drives. *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering* 54, 6, 486-498.
- [4] Figliolini, G.; Ceccarelli, M.; (1999) Walking programming for an electropneumatic biped robot, *Mechatronics*, 9, 941-964.
- [5] Nava, N. E.; Carbone, G.; Ceccarelli, M.; (2007). Design Evolution of Low-Cost Humanoid Robot CALUMA, 12th IFToMM World Congress, Besançon (France), June 18-21.
- [6] Tavolieri, C., Ottaviano, E., Ceccarelli, M., Di Rienzo, A. (2006). Analysis and design of a 1-DOF leg for walking machines. *Proceedings of RAAD'06, 15th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region.*
- [7] Jure Bezgovšek, Igor Grabec, Peter Mužič, Edvard Govekar. (2008). Development of a Snake-like Robot. *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering* 54, 6, 486-498.
- [8] Alba, M., García-Prada, J.C., Meneses J., Rubio, H. (2010) Center of Percussion and Gait Design of Biped Robots. *Mechanism and Machine Theory*, 45, 11, November 2010, p. 1681-1693
- [9] WU Wei-guo, HOU Yue-yang. (2009) Research on Rapid Walking of Biped Robot Based on Parametric Surface Table Cart Model. *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics December 19 - 23, 2009, Guilin, China*
- [10] Vázquez J. A.; Velasco-Villa. M. (2011) Supporting Leg Sliding Analysis of a 5-DOF Biped Robot under Friction Force. *CINVESTAV-IPN, D.F., México. IEEE.*
- [11] Tokiwadai, Hodogayaku, Yokohama. (2011) Maintaining floor-foot contact of a biped robot by force constraint position control. *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Mechatronics April 13-15, 2011, Istanbul, Turkey Department of Electrical and Computer Engineering, Yokohama National University, Japan*
- [12] Gómez, M.J.; Castejón, C.; García-Prada, J.C. (2010). Evaluación de la adaptabilidad mecánica de los robots en entornos humanos, *Anales de Ingeniería Mecánica*. no. ISSN: 0212-5072.
- [13] Castejón, C., Carbone, G., García-Prada, J.C., Ceccarelli, M. (2010). A multi-objective optimization of a robotic arm for service tasks. *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering*, vol. 56, no. 5, p. 316-329.